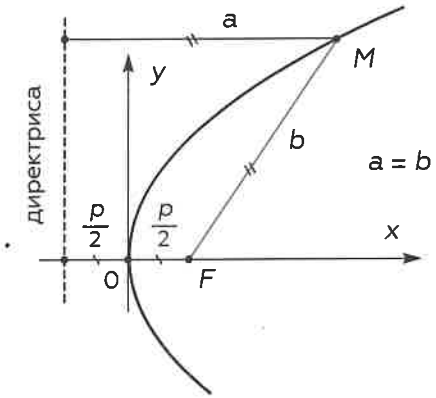
СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ КРИВЫХ

ПАРАБОЛА

Геометрическое место точек плоскости, которые одинаково удалены от точки F (фокус) и прямой (директриса)

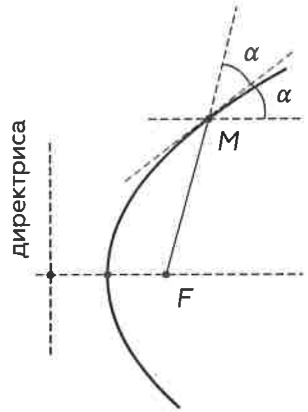


$$y^2 = 2px$$

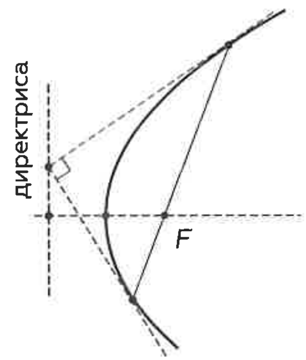
p – параметр параболы

$b = x + p/2$

Касательная к параболе в точке M есть биссектриса угла, смежного с углом между отрезком, который соединяет M с фокусом, и лучом, выходящим из этой точки в направлении оси параболы

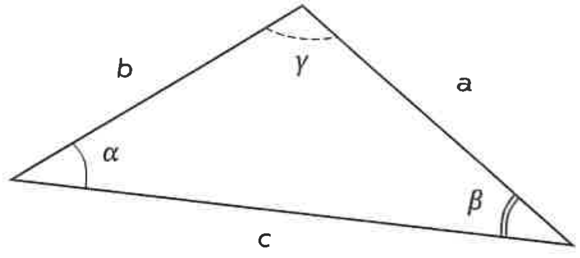


Касательные к точкам пересечения параболы с хордой, проходящей через фокус, пересекаются на директрисе и под прямым углом



СВЕДЕНИЯ ИЗ ГЕОМЕТРИИ

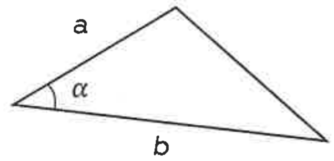
ТРЕУГОЛЬНИК



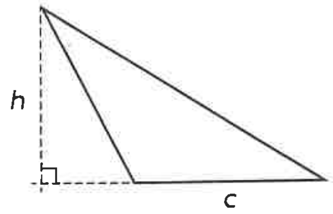
Теорема косинусов $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos\alpha$

Теорема синусов $\quad \dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$

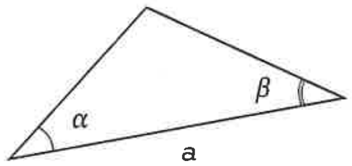
Площадь треугольника



$$S_\Delta = \frac{1}{2}ab\cdot\sin\alpha$$



$$S_\Delta = \frac{1}{2}ch$$



$$S_\Delta = \frac{1}{2}a^2\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

книгу следует расценивать не просто как очередной задачник, а как методическую копилку, в которой собраны примеры, иллюстрирующие все основные методы и подходы, применяемые при решении задач и встречающиеся на школьных олимпиадах.

Сборник незаменим для авторов – составителей олимпиадных комплектов, так как позволяет легко создавать пакеты заданий олимпиад любого уровня сложности – от школьного до регионального этапа путем изменения фабулы или численных данных. Сборник позволяет увидеть в каких разделах уже трудно придумать что-то новое, а в каких еще есть простор для фантазии.

Вдумчивые читатели должны понять, что эта книга – не только задачник на каждый урок. Он задумывался авторами как хрестоматия идей. Далее – дело за вами. Упрощайте, усложняйте, создавайте задачи-аналоги.

Материалы, вошедшие в сборник, являются коллективным трудом преподавателей различных вузов и школ. Авторы привели в систему и доработали этот значительный по объему и содержанию материал, дополнив оригинальными примерами и задачами. В сборник включены задания муниципальных, региональных и заключительных этапов Всероссийских олимпиад по физике. Многие задачи появились на свет благодаря сотрудникам лаборатории по работе с одаренными детьми Московского физико-технического института, возглавляемой В.П. Слободяниным.

Особая благодарность юным физикам, ученикам и выпускникам Физтех Лицея им.П.Л. Капицы: Васенину Е., Вечканову Е., Голомедову А., Голубцову Г., Жумаеву Р., Иванову А., Коновалову В., Мингалеву Т., Нафигину Р., Петрову А., Подоляко Е., Рубцову Д., Сиволапову А., Старченко В., Томашук Т., Щербухиной А., Эскоскину А. и тренеру сборной команды России на международной олимпиаде по физике Уймину А., внесшим неоценимый вклад в подбор задач, подготовку иллюстраций, оформление сборника и совершенствование его структуры.

ГЛАВА 1

ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ. КООРДИНАТЫ

1.1. ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ

Тренировочные задания

1.1. Определите проекции изображенных векторов на координатные оси (см. рисунок). Найдите модули этих векторов. Постройте вектор суммы изображенных векторов, найдите его модуль и угол между ним и осью y.

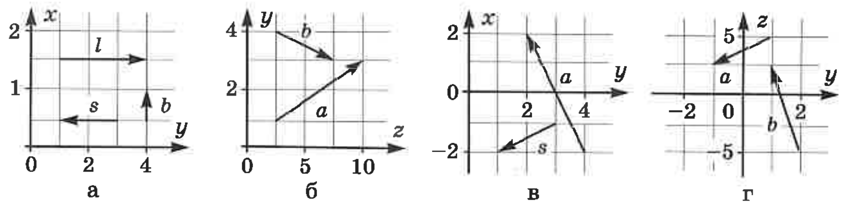


Рис. 1.1

1.2. Считая известными модули изображенных векторов и указанные на рисунке углы, определите значения проекций этих векторов на ортогональные оси. Постройте векторы суммы и разности изображенных векторов. Найдите их модули и углы между ними и осью y.

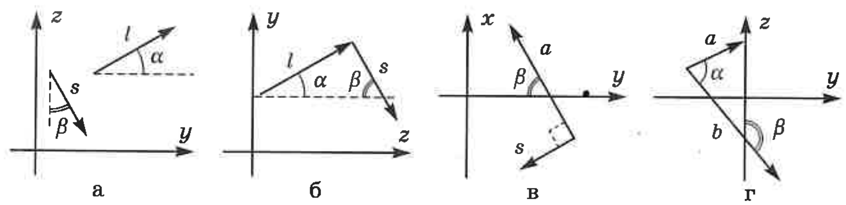


Рис. 1.2

1.3. Считая известными модули векторов и углы, указанные на рисунке, определите значения ортогональных проекций векторов на неортогональные оси x и y. Постройте вектор суммы заданных векторов, найдите его модуль, проекции на оси и угол между ним и осью y.

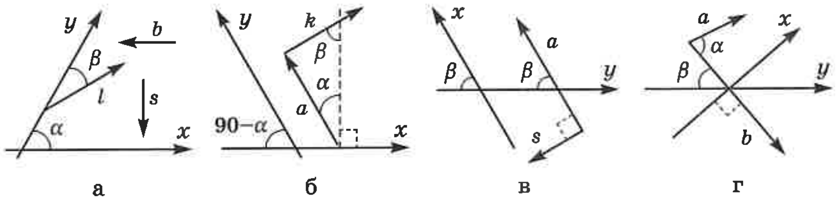


Рис. 1.3

1.4. По проекциям векторов на ортогональные оси x и y, найдите модули этих векторов:

а) $a_x = 3$; $a_y = 5$, б) $s_x = 2$; $s_y = 4$, в) $s_x = -2$; $s_y = 4$

1.5. По ортогональным проекциям векторов на неортогональные оси x и y, найдите модули этих векторов. Оси пересекаются под углом $\alpha = 60°$:

а) $a_x = 3$; $a_y = 5$, б) $s_x = 4$; $s_y = 2$, в) $s_x = -2$; $s_y = 4$

1.6. Иногда вектор удобно представлять в виде суммы нескольких векторов, направленных вдоль определенных осей (эта процедура называется – разложение вектора на составляющие). Разложите приведенные на рисунке векторы на составляющие, направленные вдоль неортогональных осей x и y. Найдите модули этих составляющих, выразив их через величины, указанные на рисунке.

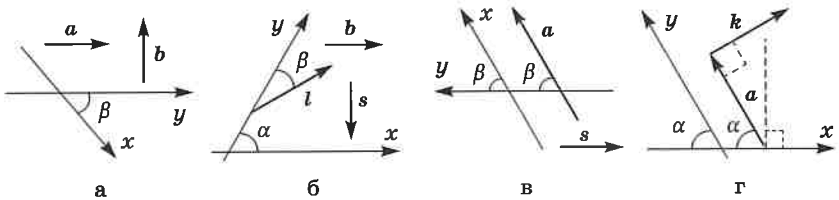


Рис. 1.6

1.7. По известному углу α и проекции вектора s_x, найдите модуль вектора s (см. рисунок).

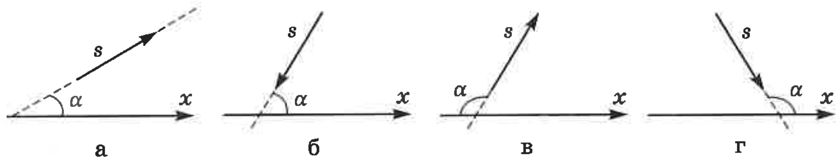


Рис. 1.7

1.8. По известным проекциям векторов на ортогональные оси определите, какие из пар векторов перпендикулярны:

а) $a_x = 1$; $a_y = 5$
$b_x = 6$; $b_y = 2$

б) $b_x = -1$; $b_y = 8$
$a_x = 4$; $a_y = 2$

в) $a_x = -2$; $a_y = 1$
$b_x = 2$; $b_y = 4$

г) $a_x = 1$; $a_y = -5$
$b_x = 6$; $b_y = -2$

1.9. Определите модуль вектора s, равного сумме векторов a и b, проекции которых на ортогональные оси известны:

а) $a_x = 3$; $a_y = 5$
$b_x = 7$; $b_y = 1$

б) $b_x = 4$; $b_y = 2$
$a_x = 4$; $a_y = 2$

в) $a_x = -2$; $a_y = 1$
$b_x = -2$; $b_y = 4$

1.10. Постройте векторы суммы и разности векторов, модули которых известны, а направления указаны на рисунке. Определите, под каким углом к оси x направлены полученные векторы.

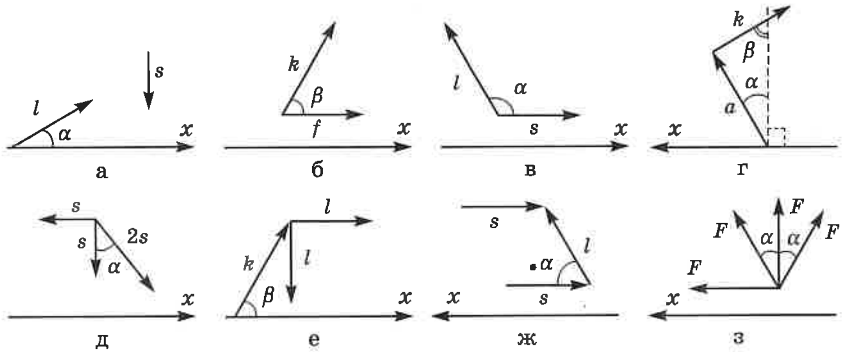


Рис. 1.10

1.11. По известным проекциям векторов на ортогональные оси найдите модуль вектора s, который задан уравнением:

а) $a_x = 3$; $a_y = 5$ $b_x = 7$; $b_y = 1$ $\vec{s} = 2\vec{a} + \vec{b}$

б) $b_x = 4$; $b_y = 2$ $a_x = 4$; $a_y = 2$ $\vec{s} = \vec{a} - 2\vec{b}$

1.12. Считая известными приведенные на рисунке величины, выразите через них модуль вектора c.

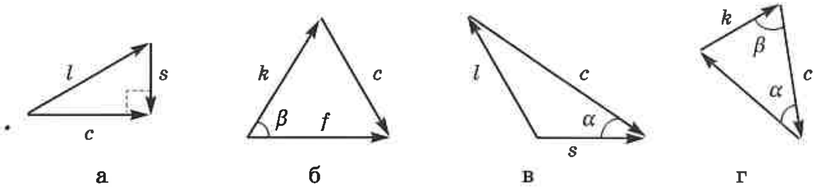


Рис. 1.12

1.13. Во время похода за 4 часа Петя прошел 5 км на юг, 3 км на восток и 10 км на север. Определите путь, перемещение и среднюю путевую скорость Пети.

1.14. Выйдя из дома, Вася прошел 5 км на север, 7 км на юго-восток и 4 км на юг. Определите, на сколько удалился Вася от дома.

1.15. Автомобиль проехал 10 км на восток, затем повернул на юг. Через некоторое время он оказался в 20 км от точки старта. Какое расстояние проехал автомобиль в южном направлении?

1.16. Вертолет пролетел 100 км по курсу, составляющему 30° с направлением на север. Затем он повернул на восток и пролетел еще 100 км. На каком расстоянии от места старта смог оказаться вертолет?

1.17. Взлетев с аэродрома, самолет поднялся на высоту 10 км, пролетев 20 км в северном направлении и 15 км в восточном. Найдите перемещение самолета.

1.18. На какой широте самолет может пролететь 600 км на восток и при этом вернуться в исходную точку? Радиус Земли 6400 км.

1.2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

В задачах данного раздела тела и частицы можно считать материальными точками.

Тренировочные задания

1.19. На плоскости в декартовой системе координат в моменты времени t положение точки описывается уравнениями: $x(t) = 2t$, $y(t) = 4 - 2t^2$ (координаты выражены в метрах, а время – в секундах). Определите перемещение точки с момента времени $t_1 = 2$ с до момента $t_2 = 4$ с.

1.20. На плоскости в декартовой системе координат в моменты времени t положение частицы, описывается уравнениями: $z(t) = 2t^2$, $y(t) = 4 - 2t$ (координаты выражены в метрах, а время – в секундах). Определите, на какое максимальное расстояние l от места старта ($t = 0$) удалялась частица за первые 10 с движения.

1.21. Положение частицы в декартовой системе координат в моменты времени t описывается уравнениями: $x(t) = 2t$ и $y(t) = t$. Получите уравнение траектории частицы (зависимость, связывающую координаты x и y) и постройте ее график $y(x)$.

1.22. Положение частицы в декартовой системе координат в моменты времени t ($t > 0$) описывается уравнениями: $x(t) = 2 + t^2$ и $y(t) = 2t$. Найдите уравнение траектории частицы (зависимость, связывающую координаты x и y) и постройте ее график $y(x)$.

1.23. Положение частицы в декартовой системе координат в разные моменты времени t описывается уравнениями: $x(t) = R\sin(\omega t)$ и $y(t) = R\cos(\omega t)$, где R и ω — известные положительные постоянные. Найдите уравнение траектории частицы (зависимость, связывающую координаты x и y) и постройте ее график $y(x)$.

1.24. Положение частицы в двухмерной декартовой системе координат в разные моменты времени t описывается уравнениями: $x(t) = 2\sin(t)$ и $y(t) = 2\cos(t)$. Найдите уравнение траектории частицы (зависимость, связывающую координаты x и y) и постройте ее график $y(x)$.

1.25. Координаты частицы в двухмерной декартовой системе в разные моменты времени t описываются уравнениями: $x(t) = 3\sin(t)$ и $y(t) = \cos(t)$. Найдите уравнение траектории частицы (зависимость, связывающую координаты x и y) и изобразите ее в декартовой системе координат.

1.26. Координаты x и y частицы в двухмерной декартовой системе в моменты времени t описываются уравнениями: $x(t) = 2(t - \cos(t))$ и $y(t) = 2(1 - \sin(t))$. Изобразите траекторию частицы в декартовой системе координат.

1.27. Координаты x и y движущегося тела в двухмерной декартовой системе в моменты времени t описываются уравнениями: $x(t) = 2\cos(t) - \cos(2t)$ и $y(t) = 2\sin(t) - \sin(2t)$. Изобразите траекторию тела в декартовой системе координат.

1.28. Выразите в радианах угол, заданный в градусах:

а) 40° б) 20° в) -30° г) 100° д) 273° д) 583°

1.29. Выразите в градусах угол, заданный в радианах:

а) $-\pi/2$ б) 2 в) 0,1 г) $2\pi/3$ д) 1,57

е) $-5\pi/6$ ж) 1 з) 0,01 и) $\pi/12$ к) 6,28

1.30. Преобразуйте координаты точки из полярных в декартовы:

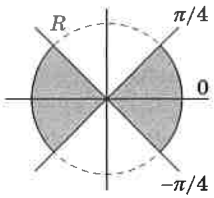
а) $(1; \pi/2)$ б) $(1; 3\pi/2)$ в) $(2; -\pi/2)$ г) $(1; -\pi)$

д) $(1; \pi/4)$ е) $(0; \pi)$ ж) $(3; 0)$ з) $(0; 0)$

1.31. Преобразуйте координаты точки из декартовых в полярные:

а) $(1; 1)$ б) $(0; 2)$ в) $(1; 0)$ г) $(2; -1)$

д) $(-1; 4)$ е) $(\pi; \pi)$ ж) $(0; 0)$ з) $(3; -3)$



1.32. Определите, какой системой неравенств в полярных координатах задается область, выделенная на рисунке серой заливкой.

1.33. Задайте прямые и лучи в полярных координатах.

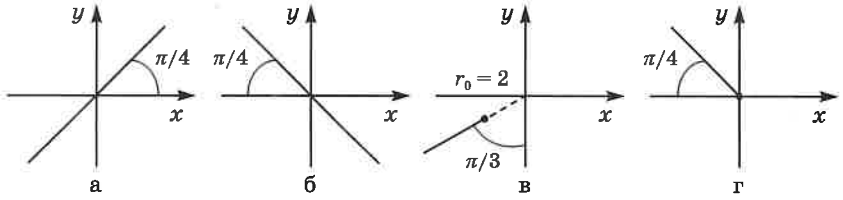


Рис. 1.33

1.34. Найдите перемещение s тела, двигавшегося по плоскости, если в полярных координатах его начальное положение задано радиус-вектором $r_1 = 2$ м и углом $\alpha_1 = 30^\circ$, а конечное – радиус-вектором $r_2 = 4$ м и $\alpha_2 = 60^\circ$.

1.35. Найдите путь l и перемещение s тела за первые 10 с движения, если его полярные координаты описываются уравнениями: $r = 2$ м, $\alpha = 0{,}2t$ (угол выражен в радианах).

1.36. Определите путь l и перемещение s тела в интервале времени от 2 с до 8 с, если его полярные координаты описываются уравнениями: $r = 10$ м, $\theta = 0{,}1t$ (угол выражен в радианах).

1.37. Преобразуйте уравнение траектории тела, заданное в декартовых координатах, в уравнение в полярных координатах:

а) $x = 2$ б) $y = 0$ в) $y = 4$ г) $y^2 = 4x$

д) $x^2 - y^2 = 9$ е) $x = -2$ ж) $x = 2 - y$ з) $x = 2y$

и) $x^2 = 2y$ к) $x^2 + y^2 = 4$ л) $y = \cos(x)$ м) $x = 1/y$

1.38. Преобразуйте уравнение траектории материальной точки, заданное в полярных координатах, в уравнение в декартовых координатах. Постройте эту траекторию в двухмерной декартовой системе координат:

а) $r\sin\theta = 2$ б) $r\sin\theta = r\cos\theta - 4$ в) $\mathrm{tg}\,\theta = 2$

г) $r\cos 2\theta = \sin\theta$ д) $r\sin 2\theta = 2\cos\theta$ е) $\mathrm{ctg}\,\theta = -1$

1.39. Изобразите траекторию частицы в декартовой системе координат $y(x)$, если зависимости ее полярных координат от времени заданы уравнениями: $r(t) = 2$, $\theta(t) = 2t$. Здесь расстояние выражено в метрах, а угол в радианах.

1.40. Изобразите траекторию тела в декартовой системе координат $y(x)$, если в полярных координатах она задана уравнением:

а) $r(\varphi) = 4$ б) $r(\varphi) = \varphi$ в) $r(\varphi) = 2\cos\varphi$

г) $r(\varphi) = 3\sin\varphi$ д) $r(\varphi) = 2\sin 2\varphi$ е) $\varphi = 1$

ж) $r(\varphi) = \varphi$ з) $r(\varphi) = d\cos\varphi$ и) $r(\varphi) = 2\sin 3\varphi$

к) $r(\varphi) = k/\varphi$ л) $r(\varphi) = 1/\cos\varphi$ м) $r(\varphi) = 0$

1.41. Муравей пробежал 2,0 м в южном направлении из точки, полярные координаты которой равны (2,0; π) (полярный угол φ отсчитывается от восточного направления). Найдите новые полярные координаты муравья.

1.42. Самолет летит со скоростью 100 м/с на северо-восток. Запишите уравнения зависимости его координат от времени в полярной (полярный угол θ отсчитывается от восточного направления) и в декартовой (ось x направлена на восток, а ось y — на север) системах координат, выбрав за начало координат место старта самолета.

1.43. Найдите перемещение точки за первые $t = 2$ с движения, если ее координаты (выраженные в метрах) в трехмерной декартовой системе координат заданы уравнениями: $x = 1 + 2t$; $y = 2 - 2t$; $z = t^2$.

ГЛАВА 2

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

В задачах этой главы, если явно не указано иное, движение происходит вдоль одной прямой, силы сопротивления пренебрежимо малы, удары упругие, тела можно считать материальными точками. Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с^2.

2.1. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

2.1. Длина шкалы спидометра 15 см. Он может измерять скорость автомобиля в пределах от нуля до 150 км/ч. Найдите, с какой скоростью движется указатель спидометра, если ускорение автомобиля равно 2 м/с^2.

2.2. Схематичные рисунки иллюстрируют равноускоренное движение тела с различными начальными и конечными параметрами. Траектория тела изображена пунктиром. Для каждого примера запишите (с учетом авторских обозначений, направлений векторов и осей) приведенные ниже уравнения, связывающие кинематические величины:

1) $v_x = v_{0x} + a_x t$ 2) $s_x = (v_{0x} + v_x)t/2$ 3) $s_x = v_{0x}t + (a_x t^2)/2$
4) $s_x = v_x t - (a_x t^2)/2$ 5) $s_x = (v^2_x - v^2_{0x})/2a_x$

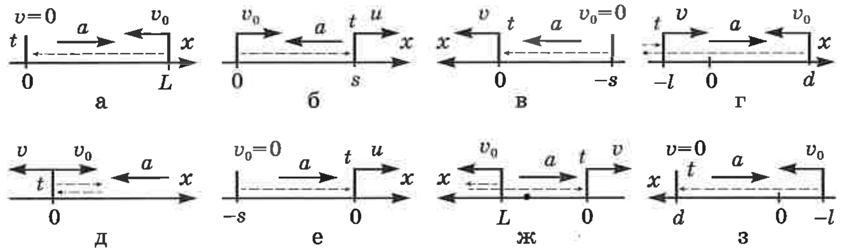


Рис. 2.2

2.3. Скорость приземляющегося самолета 100 м/с, длина его пробега до остановки 1000 м. Считая движение самолета равноускоренным, определите его ускорение при посадке.

2.4. Автобус, двигаясь равноускоренно, проехал 300 м, увеличив скорость от 10 м/с до 20 м/с. Определите ускорение автобуса.

2.5. За какое время мотоцикл, двигаясь равноускоренно, увеличит скорость от 30 км/ч до 60 км/ч на расстоянии 300 м.

2.6. Игрушечный автомобиль, движущийся с ускорением 1 м/с^2, проехал мимо дерева со скоростью 10 м/с. На каком расстоянии от дерева находился автомобиль за секунду до этого?

2.7. Тело, двигаясь равноускоренно, прошло некоторое расстояние и увеличило свою скорость от $v_0 = 1$ м/с до $v = 7$ м/с. Какова была скорость u тела: а) на половине; б) на трети этого расстояния?

2.8. Гоночный автомобиль, начав тормозить с постоянным ускорением, проехал за первую секунду 50 м, а за вторую только 40 м. Найдите начальную скорость автомобиля.

2.9. Тело движется равноускоренно с некоторой начальной скоростью, и за время τ проходит путь s, причем его скорость увеличивается в n раз. Чему равно ускорение тела?

2.10. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло расстояние s за время τ. Какая скорость была у тела в момент, когда оно прошло четверть этого расстояния?

2.11. Автобус тормозит с постоянным ускорением 1 м/с^2 до полной остановки. Определите длину тормозного пути, если его вторая половина была пройдена за 4 с.

2.12. Автомобиль тормозит с постоянным ускорением до полной остановки. Торможение заняло 4 с, а тормозной путь составил 20 м. Какова была скорость автомобиля на середине тормозного пути?

2.13. Трамвай тормозит с постоянным ускорением до полной остановки. Найдите его тормозной путь, если торможение заняло 5 с, а скорость трамвая на середине тормозного пути была 4 м/с?

2.14. Самолет летит со скоростью $v_0 = 720$ км/ч. Затем в течение $t = 10$ с он ускоряется и за последнюю секунду проходит путь $s = 295$ м. Найдите ускорение самолета и его конечную скорость.

2.15. Машина, разгоняясь с ускорением a от скорости v_0 за время τ, прошла расстояние s, а за следующий такой же интервал времени – расстояние $2s$, увеличив свою скорость до v. Выразите: а) начальную скорость v_0 через ускорение a и время τ; б) время τ через начальную скорость v_0 и перемещение s; в) скорость v через начальную скорость v_0; г) скорость v через перемещение s и время τ; д) ускорение a через время τ и перемещение s.

2.16. С какой максимальной скоростью могут приземляться самолеты на полосу длиной 2,2 км, если 10% времени они движутся с посадочной скоростью, а затем тормозят с ускорением 1 м/с^2?

2.17. Координата точки, движущейся по прямой, изменяется по закону $x = 3 + 8t - 2t^2$ (здесь x в метрах, а t в секундах). Какова скорость точки в момент времени $t = 2$ с?

2.18. Частица движется из точки с координатой $x = 0$ в положительном направлении оси x, при этом ее координата x и скорость v_x в процессе движения оказываются связанными соотношением $x = Av^2_x + B$, где $A = -2$ с^2/м, $B = 2$ м. Через какое время частица вернется в точку с координатой $x = 0$?

2.19. Точка увеличивает свою скорость с ускорением a. Определите разность путей, проходимых точкой в два равных последовательных интервала времени τ.

2.20. Докажите, что при равноускоренном движении средняя скорость за промежуток времени от t_1 до t_2 равна скорости в момент времени $(t_1 + t_2)/2$.

2.21. Как для тела, движущегося равноускоренно из состояния покоя, относятся расстояния, пройденные за равные последовательные интервалы времени?

2.22. С каким ускорением движется тело, если за восьмую секунду после начала движения из состояния покоя оно проходит расстояние 30 м?

2.23. К какому моменту времени от начала движения путь, пройденный телом за последнюю секунду, в два раза больше пути, пройденного в предыдущую секунду, если движение происходит без начальной скорости?

2.24. Может ли путь, пройденный телом за последнюю секунду равноускоренного движения, быть равен пути, пройденному этим телом за предпоследнюю секунду?

2.25. Отходя от станции, тепловоз начал двигаться равноускоренно и за первые 2 мин проехал первый километр. За какое время он проедет третий километр?

2.26. Тело, двигаясь без начальной скорости, за первую секунду прошло 1 м, за вторую 2 м, за третью 3 м, за четвертую 4 м и т.д. Может ли такое движение быть равноускоренным?

2.27. Тело, двигаясь равноускоренно, прошло за первую секунду путь $s_1 = 1$ м, за вторую $s_2 = 2$ м. Какой путь оно пройдет за третью секунду? С какой начальной скоростью двигалось тело?

2.28. Тело, имея скорость 0,5 м/с, разгоняется с ускорением 1 м/ с^2. Какое расстояние оно пройдет за n–ю секунду движения?

2.29. Тело, двигаясь равноускоренно, прошло за первую секунду путь $s_1 = 2$ м, за вторую $s_2 = 1$ м. Какой путь оно пройдет за третью секунду?

2.30. Тело двигалось вдоль оси x равноускоренно. В точке с координатой $x_2 = 2$ м оно имело скорость $v_2 = 2$ м/с, а в точке $x_3 = 3$ м его скорость равнялась $v_3 = 3$ м/с. Было ли это тело в точке $x_1 = 1$ м?

2.31. Двигаясь равноускоренно из состояния покоя, тело проходит некоторое расстояние. Найдите отношение средней скорости тела на второй половине времени движения к средней скорости на первой половине времени движения.

2.32. Двигаясь равноускоренно из состояния покоя, тело проходит некоторое расстояние. Найдите отношение средней скорости тела на второй половине пути к его средней скорости на первой половине пути.

2.33. На участке AB тело разгонялось с постоянным ускорением от скорости v_A до скорости v_B. Найдите скорости тела v_S на середине пути и v_t, которую тело имело на половине времени своего движения по участку AB. Какая из этих скоростей больше, v_S или v_t?

2.34. Тело движется с постоянным ускорением a. Когда оно прошло путь l после начала движения, его скорость увеличилась по модулю по сравнению с начальной в 2 раза, но изменила направление на противоположное. Через какое время после этого скорость тела увеличится еще в 2 раза?

2.35. Первый вагон поезда, начавшего равноускоренное движение, прошел мимо наблюдателя, стоявшего у его начала, за 10 с. За какое время мимо него пройдут следующие 15 вагонов?

2.36. Пассажир стоял у начала шестого вагона неподвижного поезда. Поезд тронулся и начал равноускоренное движение. Оказалось, что десятый вагон проехал мимо пассажира за время τ. В течение какого времени будет проезжать мимо пассажира тринадцатый вагон?

2.37. Электричка трогается и равноускоренно проходит мимо неподвижного пассажира. Первый вагон проезжает мимо него за время t_1, а последний за время t_2. За какое время мимо пассажира пройдет весь состав, если изначально пассажир стоял у его головы?

2.38. По расписанию время отправления электрички 12:00:00. На ваших часах тоже 12:00:00, но электричка уже находится в движении, и вы видите, что мимо проезжает предпоследний вагон, затрачивая на это 10 с. Следующий – последний вагон проходит мимо вас за 8 с. Электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно. На сколько секунд отстают ваши часы?

2.39. Движущееся равноускоренно тело проходит два последовательных одинаковых участка длиной L за времена t и $2t$. Найдите скорость тела в начале первого участка и модуль его ускорения.

2.40. Тело начинает движение из точки A и разгоняется в течение времени τ с постоянным ускорением, затем ускорение, оставаясь таким же по модулю, изменяет направление на противоположное. Через какое время от начала движения тело вернется в точку A?

2.41. Частица движется в течение времени τ с ускорением a (без начальной скорости), затем ее ускорение изменяет направление на противоположное и становится равным по модулю $2a$. Через какое время частица снова окажется в начальном положении? Найдите путь, пройденный частицей за все время движения.

2.42. Тело движется из состояния покоя с постоянным ускорением a. Через время t ускорение тела изменяет направление на противоположное и спустя еще время t тело возвращается в исходную точку. Определите модуль нового ускорения тела.

2.43. Тело, двигаясь равноускоренно и не изменяя направления движения, проходит два последовательных участка пути s_1 и s_2 за промежутки времени, равные соответственно t_1 и t_2. Найдите ускорение тела.

2.44. Автомобиль трогается с места и первый километр проходит с ускорением a_1, а второй – с ускорением a_2. При этом на первом километре его скорость возросла на 10 м/с, а на втором – на 5 м/с. Что больше по модулю a_1 или a_2?

2.45. Тело в течение времени τ разгонялось с ускорением a_1, а затем, изменив ускорение на a_2, двигалось до полной остановки. Какое расстояние прошло тело, если вначале оно: а) было неподвижно; б) двигалось со скоростью v?

2.46. В процессе торможения лодки в воде оказалось, что ее скорость убывала обратно пропорционально времени торможения. Найдите характер зависимости ускорения лодки от ее скорости.

2.47. Тело сместили из положения неустойчивого равновесия, и его скорость стала возрастать по закону $v(x) = k\sqrt{x}$, где k – постоянный коэффициент, x – расстояние от начальной точки. Через какое время тело удалится от начальной точки на расстояние l?

2.48. Точка начинает движение со скоростью $v_0 = 10$ м/с и ускорением $a = 2$ м/с^2, направленным против скорости. Определите пути, пройденные точкой за время $t_1 = 4{,}0$ с и $t_2 = 8{,}0$ с.

2.49. Может ли трамвай, ехавший со скоростью 10 м/с, за 2 с пройти путь 8 м, двигаясь равноускоренно?

2.50. Когда локомотив начал тормозить, он находился на расстоянии $L = 400$ м от светофора и имел скорость $v = 54$ км/ч. Определите расстояние от локомотива до светофора через $\tau = 1$ минуту после начала торможения с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2.

2.51. От основания по гладкой наклонной плоскости вверх запущена льдинка. На расстоянии $s = 30$ см от точки старта она побывала дважды – через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с от начала движения. Определите начальную скорость льдинки. Ускорение льдинки постоянное.

2.52. Шайбу толкнули вверх вдоль наклонной плоскости со скоростью 10 м/с. Обратно она вернулась со скоростью 5 м/с. С какой скоростью вернется шайба, если на половине высоты, до которой она поднималась, поставить стенку, от которой происходит отражение без потери скорости?

2.53. Докажите, что для тела, брошенного вертикально вверх с поверхности земли: 1) начальная скорость v_0 равна его конечной скорости при соприкосновении с землей; 2) время подъема равно времени падения.

2.54. Мяч брошен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения, если учитывать влияние силы сопротивления среды?

2.55. С какой минимальной скоростью надо бросить вертикально вверх шарик, чтобы он поднялся на высоту 5 м?

2.56. Определите наибольшую высоту подъема тела, брошенного вертикально с поверхности земли, если через 6 с оно упало обратно.

2.57. Камень, брошенный с балкона вертикально вверх со скоростью 15 м/с, упал на землю через 4 с. Найдите высоту балкона.

2.58. Определите начальную скорость шарика, брошенного вертикально вниз с высоты 30 м, если он достиг земли через 2 секунды.

2.59. Определите, с какой начальной скоростью надо бросить вертикально вверх камушек, чтобы через 4 с полета он оказался на высоте 6 м. На сколько надо изменить начальную скорость камня, чтобы на высоте 6 м он оказался через 2 с?

2.60. Камень падает без начальной скорости с некоторой высоты за время t. За какое время он пролетает первую половину пути?

2.61. Тело падает без начальной скорости с высоты 180 м. Разделите эту высоту на три части h_1, h_2, h_3 так, чтобы на прохождение каждой из них тело затрачивало одно и то же время.

2.62. Тело падает без начальной скорости с высоты 45 м. На сколько путь, пройденный телом за последнюю секунду падения, больше, чем за первую?

2.63. При свободном падении средняя скорость тела за последнюю секунду движения вдвое больше, чем за предыдущую. С какой высоты падало тело?

2.64. При свободном падении тела средняя скорость его движения за последнюю секунду оказалась в три раза больше, чем за первую. Определите высоту, с которой падало тело.

2.65. За последнюю секунду падающее тело прошло путь в 2 раза больший, чем за предпоследнюю секунду. С какой скоростью тело ударилось о землю?

2.66. Тело, свободно падающее без начальной скорости с некоторой высоты, за время $t = 2$ с от начала движения проходит путь в $n = 7$ раз меньший, чем за такой же промежуток времени t в конце движения. Найдите высоту h, с которой падало тело.

2.67. Перемещение тела, брошенного вертикально вверх, за первую секунду движения оказалось таким же, как и за две первые секунды. Найдите начальную скорость тела.

2.68. За какое время тело, свободно падающее с большой высоты, проходит 9-й метр своего пути? На сколько успевает измениться его скорость на 9-м метре?

2.69. За последнюю секунду свободно падающее тело пролетело 3/4 всего пути. Сколько времени падало тело и с какой высоты?

2.70. Камень свободно падает с высоты $H = 10$ м. За какое время t он пройдет последние $h = 2$ м своего пути?

2.71. Камень бросили вертикально вниз с высоты $H = 10$ м. Определите начальную скорость камня, если последние $h = 2$ м своего пути он пролетел за время $t = 0{,}1$ с.

2.72. Тело бросают вертикально вверх. Промежуток времени между моментами, когда оно находится на высоте h, оказывается равен τ. Найдите начальную скорость тела и время его движения.

2.73. С какой высоты без начальной скорости падало тело, если средняя скорость его движения оказалась равной 10 м/с?

2.74. Снаряд вылетает вертикально вверх с начальной скоростью 100 м/с. Найдите среднюю скорость перемещения и среднюю путевую скорость за первые 15 секунд движения.

2.75. Падая с некоторой высоты, последние 200 м шарик пролетел за время 4 с. С какой высоты и сколько времени падал шарик?

2.76. Тело падает с высоты h без начальной скорости. Какое расстояние пройдет тело за вторую четверть всего времени движения?

2.77. Тело бросили с высоты H вертикально вниз с начальной скоростью v_0. За какое время тело прошло вторую четверть пути?

2.78. Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. За какое время оно пролетит вторую четверть своего пути, если все падение длилось 5,0 с?

2.79. Из точки, находящейся на высоте 20 м над землей, вертикально вверх бросили камень. Сколько времени камень летел до земли, если пройденный им путь оказался равен 40 м?

2.80. Два камня брошены из одной точки с одинаковыми скоростями: один — вертикально вверх, другой — вертикально вниз. Они упали на землю с интервалом времени τ. С какой скоростью были брошены камни?

2.81. Тело, брошенное вверх со скоростью v, упало на землю через $t_1 = 12$ с, а тело, брошенное из этой же точки вниз с такой же скоростью, падало $t_2 = 3$ с. Какое время из этой точки будет падать тело, отпущенное без начальной скорости?

2.82. Шарик, брошенный вертикально вниз с высоты 0,8 м с начальной скоростью 10 м/с, после упругого удара о горизонтальный пол отскакивает вверх. Через какое время после удара он первый раз окажется в верхней точке подъема?

2.83. Мяч был брошен с некоторой высоты h вертикально вниз со скоростью $v = 10$ м/с. После неупругого удара о поверхность земли он подскочил на высоту $h/2$. Определите высоту h, если время подъема после удара оказалось вдвое больше времени падения.

2.84. С какой минимальной скоростью надо бросить вертикально вниз мяч с высоты H, чтобы после удара о поверхность земли он смог вернуться в начальную точку, если при ударе теряется 20% его кинетической энергии. Через какое время мяч вернется?

2.85. С какой скоростью v надо бросить вертикально вверх мяч, чтобы после удара о потолок, расположенный на высоте H, он вернулся в исходную точку со скоростью $4v/5$? При ударе теряется 60% кинетической энергии. Через какое время мяч вернется?

2.86. Ракета с работающим двигателем, запущенная с поверхности земли, движется с ускорением $a = 10$ м/с^2, направленным вертикально вверх. Какое минимальное время должен проработать двигатель, чтобы ракета достигла высоты $H = 250$ м?

2.87. Парашютист сразу после прыжка с высокого обрыва пролетает вертикально вниз расстояние 50 м, на котором сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала. Далее, после раскрытия парашюта, он замедляется с ускорением 2 м/с^2 и приземляется со скоростью 3 м/с. С какой высоты прыгал парашютист и сколько времени он находился в воздухе?

2.88. Бросив в колодец камушек, через время τ мальчик услышал донесшийся снизу голос водопроводчика. Определите глубину колодца. Время реакции водопроводчика на внешние раздражители равно времени распространения звука, скорость которого равна c.

2.89. Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности Земли, вернулся обратно через 2 с. Через какое время вернется камень, брошенный с такой же начальной скоростью на Луне? Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле.

2.90. На одной планете камень, брошенный с башни со скоростью $v_0 = 10$ м/с вертикально вверх, летел до падения на поверхность планеты 4 с. Определите высоту башни, если камень упал со скоростью $2v_0$

2.91. Тело, брошенное вертикально вверх с поверхности одной планеты со скоростью 20 м/с, через секунду оказалось на высоте 9 м. До какой максимальной высоты поднималось тело? Сколько времени длился весь полет тела до его падения в исходную точку?

2.92. Тело падает без начальной скорости. В некоторый момент времени оно оказалось на высоте h над землей, а спустя время τ на высоте $h/4$. С какой высоты H падало тело?

2.93. Тело бросили с земли вертикально вверх. Спустя 2 с после броска оно еще двигалось вверх, а спустя еще 4 с – уже находилось на земле. Какой максимальной высоты могло достичь тело?

2.94. Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности земли, через промежуток времени $\tau = 1$ с после начала движения оказался выше забора высотой $h = 4$ м, а еще через такой же промежуток времени τ – ниже этого забора. Какой могла быть начальная скорость камня? В какой момент от начала движения могла быть достигнута максимальная высота подъема камня? До какой максимальной высоты мог подняться камень?

2.95. С балкона вертикально вверх бросают камень. Через время τ скорость летящего вверх камня уменьшилась на 10%. С какой высоты был произведен бросок, если максимальная высота подъема камня над поверхностью земли вдвое больше начальной?

2.96. Мяч, брошенный вертикально вверх с поверхности земли, через некоторое время упал на балкон со скоростью, вдвое меньшей чем начальная. На какой высоте над землей находится балкон, если через время τ после броска скорость летящего вверх мяча уменьшилась на 25%?

2.97. В момент, когда тронулся поезд, провожающий начал равномерно бежать по ходу поезда со скоростью $v_0 = 5$ м/с. Принимая движение поезда равноускоренным, определите его скорость v в тот момент, когда провожаемый поравняется с провожающим.

2.98. Пассажир прогуливался по перрону. Когда он был рядом с последним вагоном, поезд начал двигаться с ускорением a. Пассажир сразу же побежал со скоростью v. Через какое время τ он догонит свой вагон, находящийся на расстоянии L?

2.99. Пассажир, выйдя из вагона поезда, пошел по ходу его движения со скоростью 4,5 км/ч. Через 10 с поезд начал движение с постоянным ускорением, и еще через 40 с хвост поезда поравнялся с пассажиром. В этот момент скорость поезда была в 10 раз больше скорости пассажира. На каком расстоянии от хвоста поезда пассажир вышел из вагона?

2.100. Поезд тронулся со станции с ускорением a. Через некоторое время τ пассажир последнего вагона вспомнил, что забыл чемодан на перроне около двери своего вагона. При каком значении τ пассажир успеет, соскочив на перрон, сбегать взять чемодан и догнать свой вагон, если он бегает со скоростью v.

2.101. Два тела, расстояние между которыми l, одновременно начинают двигаться навстречу друг другу: первое равномерно со скоростью v, а второе из состояния покоя с ускорением a. Через какое время они встретятся?

2.102. Въезжая на поврежденный участок шоссе, каждый автомобиль в колонне с постоянным ускорением уменьшает скорость от v_1 до v_2. Какой должна быть дистанция между автомобилями, чтобы они не сталкивались? Длина каждого автомобиля l.

2.103. Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью $v_1 = 108$ км/ч, заметил впереди на расстоянии $s = 180$ м идущий в ту же сторону со скоростью $v_2 = 32{,}4$ км/ч товарный поезд. Машинист сразу применил экстренное торможение, благодаря чему пассажирский поезд начал замедляться с ускорением $a = 1{,}2$ м/с^2. Достаточно ли этого ускорения для того, чтобы поезда не столкнулись?

2.104. Два поезда одинаковой длины идут навстречу друг другу по параллельным путям с одинаковой скоростью 36 км/ч. В момент, когда поравнялись локомотивы, один из поездов начинает тормозить и полностью останавливается через 1 мин к моменту, когда поравнялись хвосты поездов. Найдите длину каждого поезда.

2.105. Поезд проходит станцию A со скоростью 80 км/ч и 8 км идет равномерно. Затем, замедляясь с постоянным ускорением, он останавливается на станции B в 10 км от A. Через 3 мин после прохождения первого поезда от станции A отходит второй. Он равноускоренно разгоняется, а затем равноускоренно тормозит до остановки на станции B через 10 мин после первого. Какой из поездов на перегоне разгонялся до большей скорости? Чему равна эта скорость?

2.106. Два тела движутся по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями $v_1 = 2$ м/с и $v_2 = 4$ м/с и постоянными ускорениями $a_1 = 0{,}2$ м/с^2 и $a_2 = 0{,}5$ м/с^2, направленными противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. Определите до какого минимального расстояния сблизятся тела в процессе движения, если в начальный момент они находились на расстоянии $L = 100$ м друг от друга.

2.107. Два тела движутся по прямой навстречу с начальными скоростями v_1 и v_2 и постоянными ускорениями a_1 и a_2, направленными противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. При каком максимальном начальном расстоянии L между телами, они встретятся в процессе движения?

2.108. На неподвижный космический корабль со скоростью v летит поток метеоритов. Двигатель корабля может сообщать ему ускорение a. На каком расстоянии l от корабля еще не поздно обнаружить поток, чтобы, включив двигатель, избежать столкновения?

2.109. Приближаясь к астероиду со скоростью v, звездолет послал вперед световой сигнал и через время t получил сигнал отраженный. С каким минимальным ускорением должен начать тормозить звездолет, чтобы не врезаться в астероид? Скорость света равна c.

2.110. Летающая тарелка стартует с постоянным ускорением a, забыв одного из инопланетян. В течение какого времени после взлета оставшемуся инопланетянину имеет смысл звать тарелку назад, если скорость звука в воздухе равна c?

2.111. Ракета взлетает вертикально с постоянным ускорением a. Люди, стоящие у места старта, через время τ услышали звук выключения двигателя. Определите скорость ракеты в момент выключения двигателя, если скорость звука в воздухе равна c.

2.112. Летающая тарелка стартует с поверхности земли вертикально вверх с постоянным ускорением a. В процессе подъема тарелка излучает короткие звуковые сигналы и регистрирует их отражение от поверхности земли. Через какое время после старта будет послан последний сигнал, отражение которого еще можно зарегистрировать? Скорость звука равна c.

2.113. Два тела начали свободно падать с обрыва с интервалом времени τ одно после другого. Через какое время после начала падения второго тела расстояние между ними окажется равным l?

2.114. С балкона, находящегося на высоте h от поверхности земли, брошены с одинаковыми скоростями камень A вертикально вверх и камень B вертикально вниз. Известно, что камень A достиг верхней точки своей траектории одновременно с падением на землю камня B. Какой максимальной высоты (от поверхности земли) достиг камень A?

2.115. Два мяча брошены одновременно навстречу друг другу с одинаковыми скоростями v: один с поверхности земли вертикально вверх, другой вертикально вниз с высоты H. Найдите скорость v, если известно, что к моменту встречи перемещение одного из мячей составило $H/3$.

2.116. Два шарика брошены со скоростью v из одной и той же точки вертикально вверх с интервалом времени τ. Через какое время после вылета второго шарика они столкнутся?

2.117. Два шарика подбрасывают из одной точки вертикально вверх с промежутком времени $\tau = 2$ с. Начальные скорости первого и второго шариков равны $v_1 = 30$ м/с и $v_2 = 50$ м/с соответственно. Через какое время t после начала движения первого шарика они столкнутся? На какой высоте это произойдет?

2.118. Тело бросили вертикально вверх со скоростью v. Когда оно достигло высшей точки, из того же места с той же скоростью бросили второе тело. На какой высоте H тела встретятся?

2.119. Шарик бросили вертикально вверх со скоростью v. Когда он достиг высшей точки, из того же места со скоростью $2v$ бросили второй шарик. На какой высоте H шарики встретятся?

2.120. Шарик бросили вертикально с начальной скоростью 20 м/с. Когда он достиг высшей точки подъема, из того же места вдогонку бросили второй шарик с другой начальной скоростью. Определите эту скорость, если встреча шариков произошла через 0,5 с после начала движения второго.

2.121. Два тела начинают падать одновременно с разных высот h и H ($H > h$) и достигают земли одновременно. Какую начальную скорость v сообщили верхнему телу, если нижнее падало без начальной скорости?

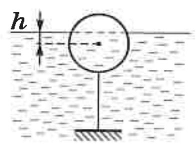
2.122. Падающее с вершины башни тело пролетело расстояние L, когда второе тело начало падать из точки, расположенной на h ниже вершины башни. Оба тела достигли земли одновременно. Определите высоту H башни.

2.123. В лифте, движущемся с ускорением 1 м/с² направленным вниз, человек с высоты 90 см над полом выронил монету. Сколько времени длилось ее падение?

2.124. Струя масла, падающая на поверхность воды, растекается по ней круглым пятном толщины h. Как зависит от времени скорость движения границы пятна, если в единицу времени поступает объем масла q? В начальный момент времени радиус пятна равен нулю.

2.125. Мальчик надувает воздушный шарик. При радиусе шарика $R = 10$ см скорость увеличения радиуса равна $v = 1$ мм/с. Какой объем воздуха ежесекундно выдыхает мальчик?

2.126. Сферический буй радиусом R прикреплен ко дну водоема, уровень воды в котором поднимается со скоростью u. Какова скорость v перемещения границы затопленной части буя по его поверхности в момент, когда уровень воды оказывается на h выше центра буя?



2.127. Из открытого полусферического аквариума радиусом R, наполненного водой, с единицы поверхности воды в единицу времени испаряется объем жидкости q. Через какое время τ вся вода испарится?

2.128. Две вертикальные стенки образуют двугранный угол $\alpha = 15^\circ$. В этот угол параллельно одной из стенок влетает маленький шарик (см. рисунок). Сколько упругих столкновений испытает шарик прежде чем начнет двигаться в обратном направлении?

2.129. На гладкой горизонтальной поверхности, ограниченной вертикальными упругими стенками, образующими равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC = L$, причем угол $B << 1$), у середины стенки AC находится маленькая шайба (см. рисунок). Шайбе сообщают скорость v, направленную под углом α к AC. Найдите время τ через которое шайба вернется к стенке AC.

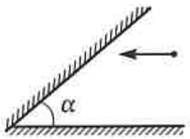


Рис. 2.128

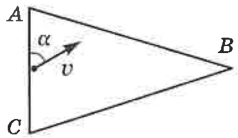


Рис. 2.129

2.130. На рисунке приведен график зависимости от времени t координаты тела, движущегося вдоль оси x. Постройте графики зависимостей от времени проекции перемещения $s_x(t)$, пройденного пути $l(t)$, модуля скорости $v(t)$, проекции скорости $v_x(t)$, средней путевой скорости $v_{ср}(t)$ и зависимости модуля скорости $v(x)$ от координаты x. Определите максимальные и минимальные значения найденных величин. Кривые линии представляют собой фрагменты парабол и соответствуют этапам равноускоренного движения тела.

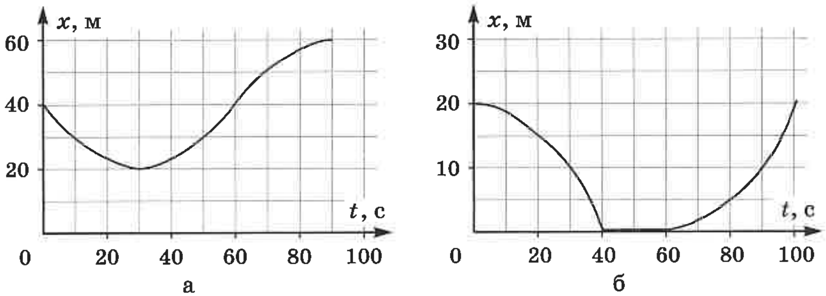


Рис. 2.130

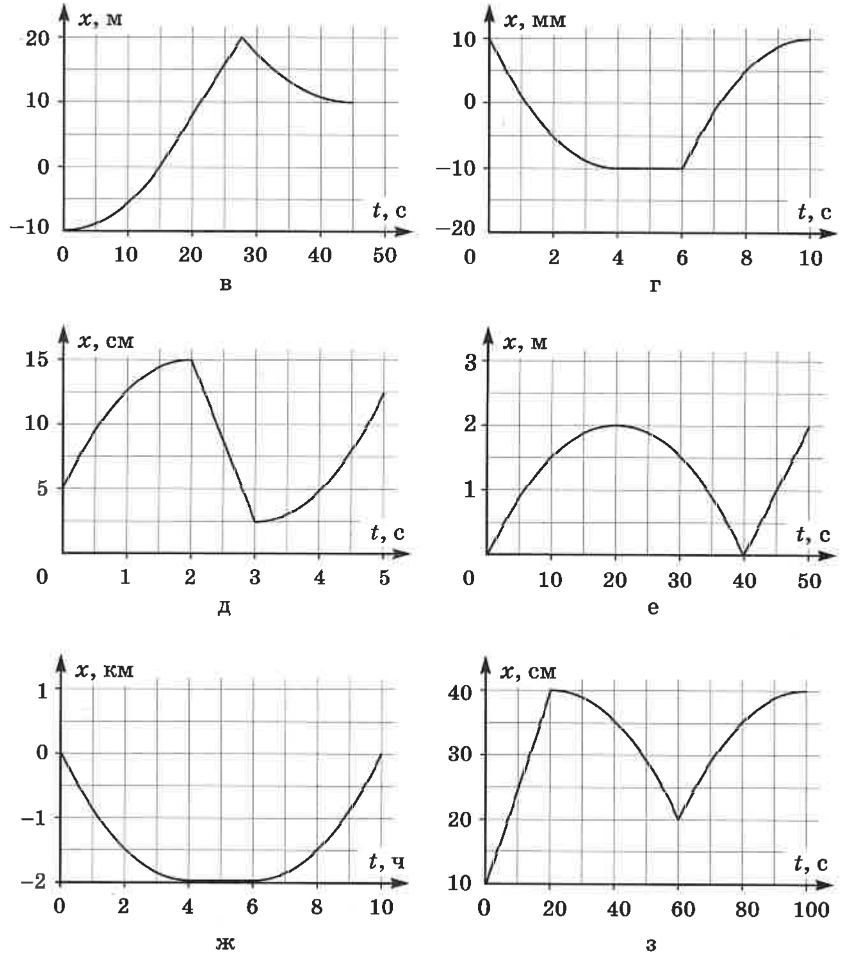


Рис. 2.130 (продолжение)

2.131. Тело движется вдоль оси x. По приведенному на рисунке графику зависимости проекции скорости тела $v_x(t)$ постройте графики зависимостей от времени проекции перемещения $s_x(t)$, пройденного пути $l(t)$ и средней путевой скорости $v_{ср}(t)$ от времени t. Постройте графики зависимостей модуля скорости тела $v(x)$ и средней путевой скорости $v_{ср}(x)$ от координаты x. Определите максимальные и минимальные значения величин в полученных зависимостях. Начальная координата тела $x_0 = 0$.

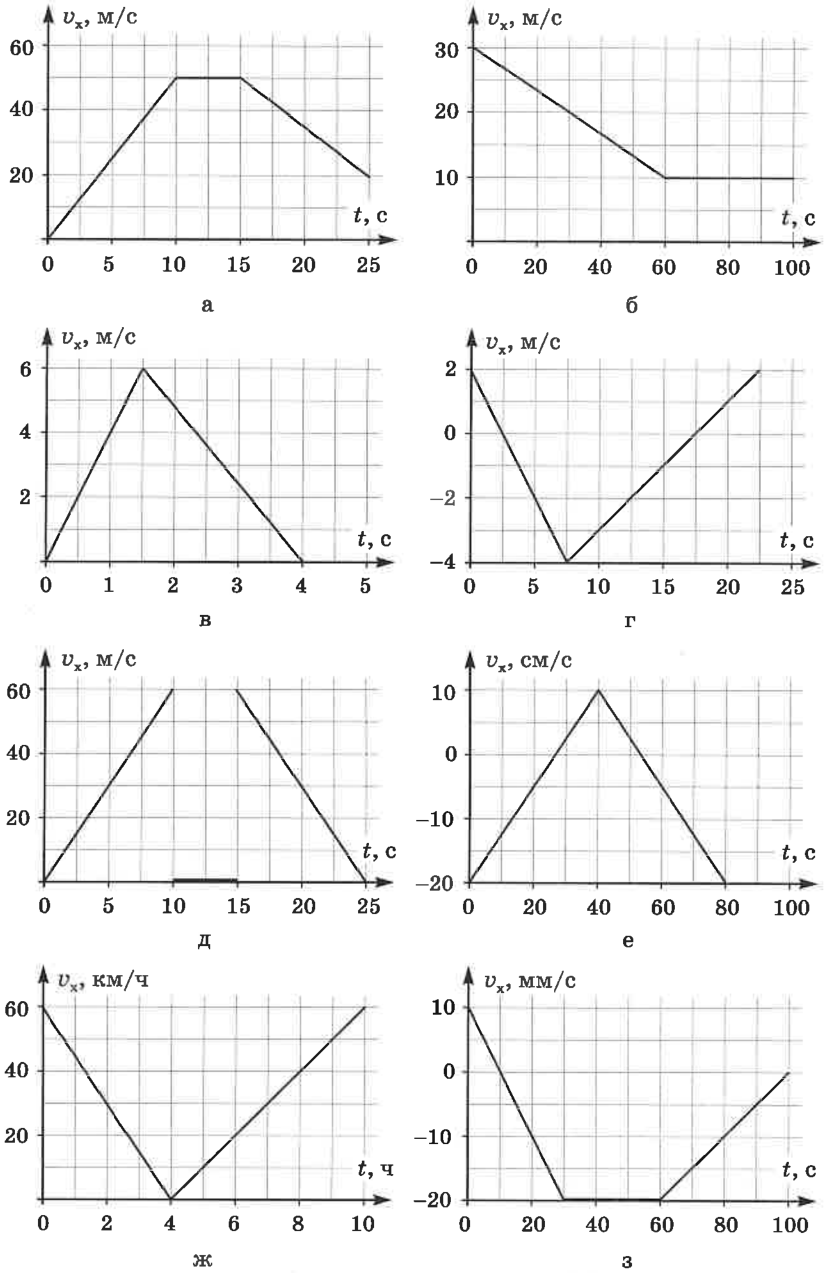


Рис. 2.131

2.132. Схематичные рисунки иллюстрируют равноускоренное движение тела с различными начальными и конечными параметрами. Для каждого примера постройте качественные графики зависимостей координаты от времени $x(t)$, пути от времени $l(t)$ проекции скорости от времени $v_x(t)$, проекции ускорения от времени $a_x(t)$, проекции скорости от координаты $v_x(x)$, обозначив на них характерные точки.

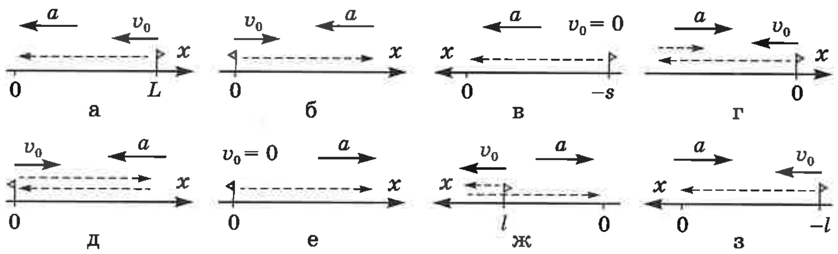


Рис. 2.132

2.133. По приведенным на рисунке графикам зависимостей координаты от времени $x(t)$, проекции скорости от времени $v_x(t)$, проекции ускорения от времени $a_x(t)$, проекции скорости от координаты $v_x(x)$, с учетом дополнительной информации, сделайте схематичные рисунки или дайте словесное описание, характеризующие движение тела.

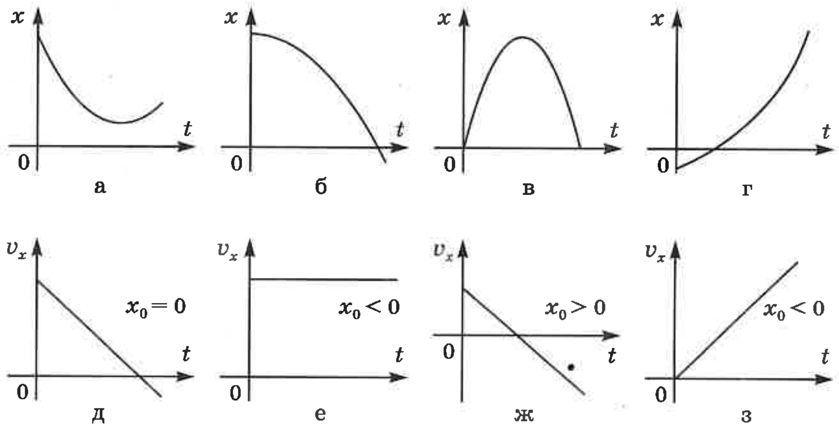


Рис. 2.133

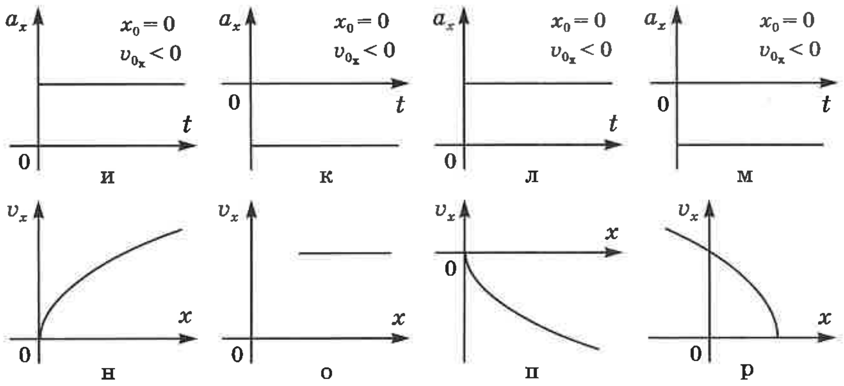


Рис. 2.133 (продолжение)

2.134. По графику зависимости координаты движущегося равноускоренно тела от времени $x(t)$ постройте качественные графики зависимостей: проекции скорости от времени $v_x(t)$, проекции ускорения от времени $a_x(t)$, проекции скорости от координаты $v_x(x)$.

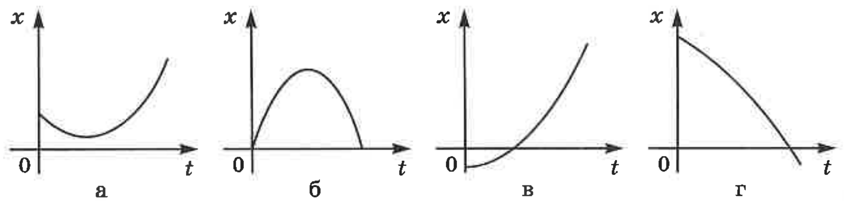


Рис. 2.134

2.135. По графику зависимости проекции скорости тела от времени $v_x(t)$, постройте качественные графики зависимостей: координаты от времени $x(t)$, проекции ускорения от времени $a_x(t)$, проекции скорости от координаты $v_x(x)$.

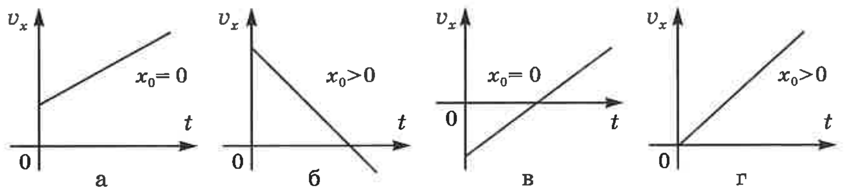


Рис. 2.135

2.136. По графику зависимости проекции ускорения, движущегося равноускоренно тела от времени $a_x(t)$, с учетом дополнительной информации, постройте качественные графики зависимостей: координаты от времени $x(t)$, проекции скорости от времени $v_x(t)$, проекции скорости от координаты $v_x(x)$.

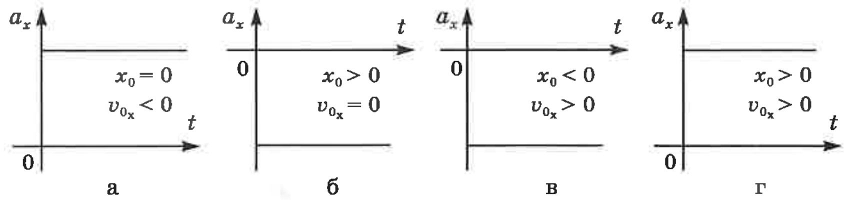


Рис. 2.136

2.137. По графику зависимости проекции скорости от координаты $v_x(x)$ движущегося равноускоренно тела, постройте качественные графики зависимостей: координаты от времени $x(t)$, проекции скорости от времени $v_x(t)$, проекции ускорения от времени $a_x(t)$.

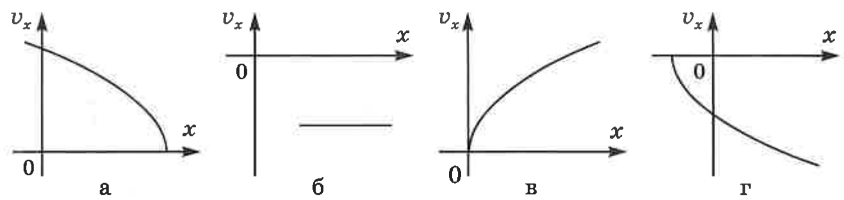


Рис. 2.137

2.138. По графику зависимости от времени проекции ускорения изначально покоящегося тела постройте график зависимости проекции его скорости от времени. $v_0 = 0$

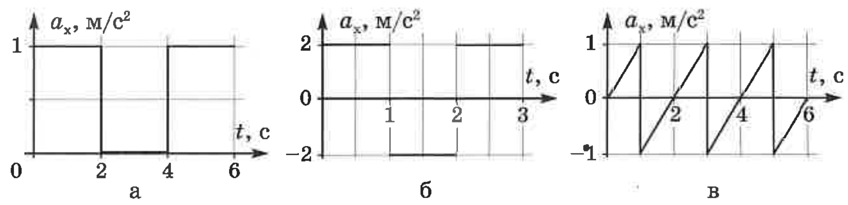


Рис. 2.138

2.139. Постройте график зависимости пути l и проекции ускорения a_x от времени для тела, зависимость проекции скорости v_x которого от времени t приведена на рисунке.

2.140. На рисунке приведен график зависимости координаты x движущегося тела от времени t, причем отрезки кривых являются схожими участками парабол. Постройте графики зависимости модуля перемещения s, пути l, проекции скорости v_x и проекции ускорения a_x от времени.

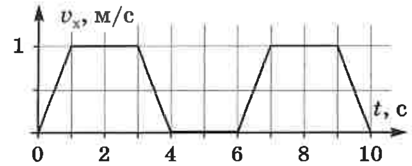


Рис. 2.139

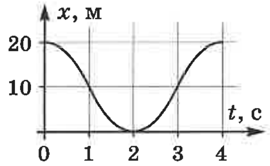


Рис. 2.140

2.141. На рисунке приведен график зависимости проекции скорости v_x тела от времени t. Постройте графики зависимости модуля перемещения s, пути l и проекции ускорения a_x от времени. Определите среднюю путевую скорость тела за 4 с движения.

2.142. График зависимости скорости тела от времени при определенном масштабе имеет вид полуокружности (см. рисунок). Максимальная скорость тела v_0, время движения t_0. Определите путь, пройденный телом за все время движения.

2.143. Тело в течение времени t_0 движется с постоянной скоростью v_0. Затем скорость его линейно нарастает со временем так, что в момент времени $2t_0$ она равна $2v_0$ (см. рисунок). Определите путь, пройденный телом за время $2t_0 > t > t_0$.

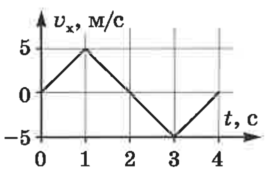


Рис. 2.141

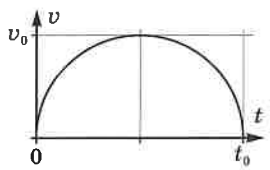


Рис. 2.142

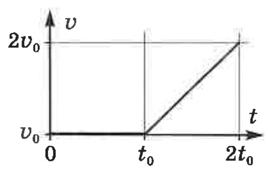


Рис. 2.143

2.144. От движущегося поезда отцепляется последний вагон. Поезд продолжает двигаться с той же скоростью v_0. Как будут относиться пути, пройденные поездом и вагоном к моменту остановки последнего? Считайте, что вагон двигался равноускоренно. Решите задачу аналитически и графически.

2.145. Две частицы в момент времени $t = 0$ были в точке с координатой $x = 0$. По приведенным на рисунке графикам зависимости проекций скоростей от времени определите координату и время новой встречи частиц.

2.146. По приведенному на рисунке графику зависимости проекции ускорения a_x тела от времени t постройте график зависимости проекции скорости v_x от времени, если в начальный момент времени скорость тела была равна нулю. Найдите скорость в момент времени 2τ и 4τ.

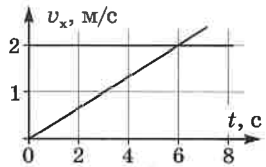


Рис. 2.145

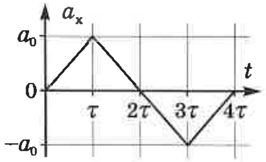


Рис. 2.146

2.147. Тело начинает движение вдоль прямой с ускорением, зависимость проекции которого от времени показана на рисунке. Какого максимального значения достигала скорость тела?

2.148. Тело начинает движение вдоль прямой с ускорением, зависимость проекции которого от времени показана на рисунке. Определите среднюю скорость движения тела за время 5τ

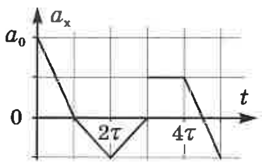


Рис. 2.147

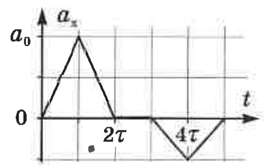


Рис. 2.148

2.149. Нарисуйте график зависимости координаты от времени для прямолинейного равноускоренного движения, удовлетворяющего одновременно двум условиям: а) средняя скорость в промежутке времени от 2 до 6 с равна 5 м/с; б) максимальная скорость на этом же промежутке равна 15 м/с.

2.150. С высоты h на горизонтальную упругую подставку свободно падает шарик. Постройте качественные графики зависимостей координаты, проекций (на ось, направленную вертикально вверх) скорости и ускорения шарика от времени, считая, что время удара о подставку в 10 раз меньше времени полета.

2.151. Два шарика с интервалом времени τ начинают свободное падение с высоты h на горизонтальную поверхность. Нарисуйте качественный график зависимости от времени проекции (на направленную вверх вертикальную ось) скорости первого шарика относительно второго. Интервал τ меньше времени падения. Рассмотрите случаи, когда удары о поверхность: а) абсолютно неупругие; б) абсолютно упругие.

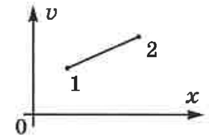
2.152. Автобус движется в течение 20 с до остановки, проходя при этом расстояние 310 м. Его начальная скорость 15 м/с. Докажите, что ускорение автобуса изменялось по направлению.

2.153. У стартующей вертикально вверх ракеты два двигателя, которые включаются по очереди. Один может сообщить ракете ускорение a, а второй $3a$. В какой последовательности следует включать двигатели, сначала мощный, а затем слабый или наоборот, чтобы к моменту прекращения их работы ракета поднялась на максимальную высоту? Время работы двигателей τ одинаковое. На какие наибольшие высоты поднимется ракета при разных стратегиях?

2.154. Спортсмен может пробежать первую половину дистанции с ускорением a, а вторую с $2a$. Но, он может сделать и наоборот: первую половину дистанции пробежать с ускорением $2a$, а вторую с a. В каком случае он пробежит дистанцию быстрее?

2.155. Ракета стартует с поверхности земли и движется вертикально вверх с ускорением $a = 2g$. Через $t_0 = 20$ с полета двигатель отключается. Через какое время с момента старта ракета упадет на землю? Нарисуйте графики зависимости проекции ускорения, проекции скорости, координаты и пути ракеты от времени.

2.156. На рисунке приведена зависимость скорости тела от координаты. Где ускорение тела больше: в точке 1 или в точке 2?



2.157. Частица движется вдоль прямой. На ее пути на равных расстояниях L друг от друга располагаются ловушки, между которыми частица разгоняется с постоянным ускорением a. Попадая в ловушки, частица мгновенно останавливается и сразу начинает новый разгон. Определите среднюю скорость частицы за время много большее времени движения между ловушками. Постройте график зависимости средней скорости от величины ускорения a.

2.2. ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ

2.158. Тело, двигаясь с постоянным ускорением из состояния покоя, проходит расстояние s и приобретает скорость $v = 10$ м/с. Затем, продолжая равномерное движение со скоростью v, оно проходит еще такое же расстояние s. Определите среднюю скорость тела за вторую половину всего времени движения.

2.159. Автомобиль уходит со старта с постоянным ускорением a_1. Через некоторое время водитель нажимает на педаль тормоза, и автомобиль начинает замедляться с постоянным ускорением a_2. Через время t_0 после старта машина останавливается. Какой путь L прошла машина за это время?

2.160. Определите минимальное время t движения автобуса от одной остановки до другой, если расстояние между ними равно $L = 300$ м. При разгоне автобус может двигаться с ускорением $a_1 = 1$ м/с^2, а при торможении – с ускорением $a_2 = 2$ м/с^2.

2.161. Расстояние между остановками $L = 1200$ м. При разгоне автобус может развивать ускорение $a_1 = 1$ м/с^2, а при торможении $a_2 = 2$ м/с^2. По правилам дорожного движения скорость на этом участке дороги не должна превышать $v = 10$ м/с. Определите минимальное время t движения автобуса от одной остановки до другой.

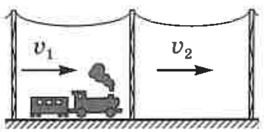
2.162. Длина перегона трамвайного пути равна $l = 400$ м. Трамвай должен проходить его за $t = 1$ мин 20 с. В начале и в конце перегона трамвай движется с постоянным ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Определите наибольшую скорость v его движения.

2.163. Расстояние между автобусными остановками 400 м. Автобус от остановки разгоняется до максимальной скорости 36 км/ч, а перед следующей остановкой тормозит. Какой путь проходит автобус со скоростью 36 км/ч, если торможение от одной остановки до другой занимает 1 мин, а разгон и торможение автобуса происходят с постоянными (не обязательно равными) ускорениями?

2.164. Расстояние между станциями поезд прошел со средней скоростью $v_{ср} = 72$ км/ч за $t_0 = 20$ мин. Разгон и торможение вместе длились $\tau = 4$ минуты и происходили с постоянными, но не равными ускорениями. Остальное время поезд двигался равномерно. Какой была скорость поезда $v_р$ при его равномерном движении?

2.165. Электричка двигалась с постоянным ускорением и имела скорость v_0, когда ее первый вагон начал въезжать в туннель. Длина туннеля равна длине электрички. Известно, что кабина машиниста находилась в туннеле в 2 раза дольше, чем хвост поезда. Какая скорость u была у электрички, когда она целиком выехала из туннеля?

2.166. Электричка, начав равноускоренное движение без начальной скорости, проехала тоннель длиной L. Машинист в головном вагоне заметил, что находился в тоннеле время $\tau = 38$ с. Сколько времени ехал в тоннеле кондуктор, сидящий в конце последнего вагона, если длина электрички $4L$?



2.167. Машинист настроил бортовой компьютер так, что он показывал среднюю скорость v на участке, пройденном между соседними опорами, поддерживающими контактный провод. Расстояния между любыми двумя соседними опорами одинаковы. Поезд отправился от платформы «Новодачная», разгоняясь с постоянным ускорением. Через некоторое время машинист заметил, что компьютер показывает скорость $v_1 = 20$ км/ч, а на следующем участке скорость оказалась уже $v_2 = 30$ км/ч. Какой была мгновенная скорость u поезда на границе между участками?

2.168. Поезд метро проходит расстояние s между станциями, разгоняясь с ускорением a до середины перегона и тормозя с таким же по модулю ускорением на второй половине пути. В какой момент времени от начала движения средняя скорость поезда на пройденном участке пути максимальна? Найдите значение u этой скорости и расстояние l от начальной станции, на котором она достигается.

2.169. Гоночный автомобиль преодолевает контрольный прямолинейный участок трассы со средней скоростью $v_{ср}$, причем на всем участке он движется в одну и ту же сторону равноускоренно. Вычислите максимально и минимально возможные скорости автомобиля на середине участка.

2.170. Какой минимальный путь за время t может пройти тело, движущееся с постоянным ускорением a?

2.171. Точка движется с постоянным ускорением a. Определите максимально возможную разность путей, пройденных точкой за два последовательных одинаковых интервала времени τ.

2.172. Частица, движущаяся со скоростью v_0, в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время τ пройденный ей путь s оказывается минимальным. Определите этот путь.

2.173. Тело, движущееся с постоянным ускорением и начальной скоростью v_0, проходит путь s. Определите, за какое максимальное время оно может это сделать.

2.174. На некотором прямом участке фиксированной длины машина движется с постоянным ускорением. Если начальная скорость машины v, то она съезжает с этого участка через время t. Если начальная скорость $2v$, то машина находится на этом участке $3t/2$. Сколько времени будет ехать на этом участке машина, имевшая начальную скорость $3v$?

2.175. Движущееся тело некоторое время изменяет свою скорость с постоянным ускорением. Если начальная скорость тела v, то оно успевает пройти за это время расстояние l. Если начальная скорость $2v$, то тело проходит расстояние $3l/2$. Какой путь пройдет тело, двигавшееся с начальной скоростью $3v$?

2.176. Электрон движется в течение времени τ. Половину этого времени он летит с постоянным ускорением, а оставшееся время – с таким же по модулю ускорением, но противоположным по направлению. Определите, какой минимальный путь может пройти электрон за все время движения, если вначале у него была скорость v.

2.177. Конькобежец преодолевает расстояние $s = 450$ м с постоянной скоростью v, а затем тормозит до остановки с постоянным ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. При некотором значении v общее время конькобежца будет минимальным. Чему равно это время?

2.178. Начав движение из состояния покоя с постоянным ускорением $a = 4$ м/с^2, мотоциклист преодолевает первую отметку на трассе и до следующей отметки движется с постоянной скоростью. Определите максимально возможное расстояние между отметками, если все время движения мотоциклиста от старта до второй отметки составило 10 с.

2.179. К воздушному шару подвешен груз. Из-за дырки в оболочке шар начинает опускаться вниз так, что его ускорение со временем изменяется линейно от нуля до ускорения свободного падения. Через 10 с груз касается земли. Определите, до какой скорости он успел разогнаться.

2.180. Во время тренировки в спортивном зале Петя заметил, что если он бросает мяч вертикально вверх со скоростью v_0, то он возвращается к нему через время $\tau = 2$ с. Но если скорость броска увеличивается до $3v_0/2$, то время через которое возвращается мячик, не изменяется. Чему равна скорость v_0? На какой высоте h над точкой броска находится в зале потолок? Через какое время τ_1 вернется к Пете мячик, брошенный со скоростью $2v_0$? Удар о потолок можно считать упругим.

2.181. Камень бросили вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Через какое время после начала полета абсолютная величина его мгновенной скорости станет равна средней путевой скорости?

2.182. С большой высоты вертикально вверх бросают тело с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с. Какой путь s пройдет тело за первые $t = 4$ с движения?

2.183. С какой скоростью v_0 нужно бросить вертикально вверх тело, чтобы оно прошло путь $s = 100$ м за время $t = 6$ с?

2.184. Экспериментатор Глюк исследовал равноускоренное движение. С какой по величине скоростью v_0 он бросил вертикально вверх с балкона 17-го этажа камень, если его путь за первые $t = 3$ с полета оказался равным $l = 25$ м?

2.185. В одном из экспериментов экспериментатор Глюк бросил вертикально вверх с уровня земли камень. Через некоторое время путь, пройденный камнем, оказался равным $l = 42{,}5$ м, а модуль его перемещения при этом составил $s = 20{,}0$ м. С какой скоростью v_0 Глюк бросил камень?

2.186. С какой скоростью v_0 нужно бросить вертикально вверх тело, чтобы за время $t = 4$ с путь, пройденный телом, оказался в два раза больше модуля его перемещения?

2.187. Найдите максимальное время полета камня, брошенного вертикально вверх, если за последнюю секунду он пролетел половину своего пути.

2.188. Тело, брошенное вертикально вниз со скоростью v_0, на первую половину пути затратило время вдвое большее, чем на вторую. С какой высоты было брошено тело?

2.189. С какой начальной скоростью v_0 нужно бросить с поверхности земли вертикально вверх камень, чтобы в течение секунды перед моментом удара о землю он пролетел две трети своего пути?

2.190. * Тело брошено вертикально вверх. В какое максимальное число раз путь, пройденный телом за первую секунду полета, может превышать путь за вторую секунду? При какой начальной скорости это возможно? Полет длится не менее двух секунд.

2.191. Два мяча отпускают без начальной скорости одновременно с высот, отличающихся в два раза. Считая удары о пол абсолютно упругими, найдите отношение путей, пройденных за большое время (после большого числа отскоков). Мячи не сталкиваются в процессе движения.

2.192. Мяч падает с высоты $h = 10$ м на горизонтальную поверхность. После каждого отскока новая высота подъема уменьшается в $n = 2$ раза. Найдите путь, пройденный мячом до полной остановки.

2.193. Мяч падает с высоты $h = 15$ м на горизонтальную поверхность. При каждом отскоке его скорость уменьшается в $n = 2$ раза. Найдите путь, пройденный мячом до полной остановки.

2.194. Шарик начал падать без начальной скорости с высоты $h = 20$ м. С задержкой в половину его времени падения с той же высоты вниз с начальной скоростью бросают другой шарик. Чему должна быть равна минимальная начальная скорость второго шарика, чтобы он успел долететь до земли раньше первого?

2.195. Два тела находятся в точках, расположенных на одной вертикали на некоторой высоте над поверхностью земли. Расстояние между этими точками $h = 100$ м. Тела одновременно бросают вертикально вверх, причем, тело, которое находится выше, бросают с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с, а другое с $2v_0$. На какой высоте относительно старта нижнего тела они столкнутся?

2.196. Два мяча брошены одновременно навстречу друг другу с одинаковыми скоростями v: один вертикально вверх с поверхности земли, а другой вертикально вниз с высоты H. Найдите начальные скорости мячей, если известно, что к моменту встречи один из них пролетел путь $H/3$.

2.197. Кот Леопольд поливал цветы на своем балконе. Два озорных мышонка решили атаковать его с двух сторон: сверху и снизу. Для этого один из них забрался на пенек, торчащий под балконом, а другой – на крышу. Нижний мышонок подметил, что его друг находится в $k = 7$ раз выше кота. Мышата одновременно бросили в Леопольда по камню со скоростью $v = 7$ м/с. Через некоторое время камни столкнулись прямо напротив кота. Каким было расстояние H между мышами?

2.198. На учебных стрельбах поставлена задача: в минимальное время поразить снаряд, выпущенный вертикально вверх со скоростью $v_1 = 1000$ м/с, вторым снарядом, скорость которого на 10% меньше. Через сколько секунд, после первого выстрела, следует сделать второй выстрел, если стрелять из того же места?

2.199. Два автомобиля выехали навстречу друг другу из городов A и B с одинаковыми по величине скоростями и одинаковыми по величине ускорениями a. Ускорение автомобиля, выехавшего из A, было все время направлено в A, а выехавшего из B направлено в B. На сколько позже выехал один из этих автомобилей, если третий автомобиль, двигавшийся с постоянной скоростью v, присутствовал при обеих встречах первых двух автомобилей?

2.200. Пункты A и B расположены на расстоянии $L = 4$ км друг от друга. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, который двигался все время равномерно. Одновременно навстречу из пункта B с начальной скоростью $v_0 = 32$ м/с выехал автомобиль, движущийся с постоянным ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2, направленным так же, как скорость первого автомобиля. Известно, что в пути автомобили два раза обгоняли друг друга. В каких пределах лежит скорость v первого автомобиля?

2.201. Из одной и той же точки с интервалом времени τ в двух противоположных направлениях с равными по модулю скоростями v_0 начинают движение две частицы. Ускорения частиц постоянны, равны a и направленны против соответствующих начальных скоростей. При каком значении τ встреча частиц произойдет позже всего? Какое максимальное время может двигаться до встречи первая частица?

2.202. Стоящие на линии старта автомобиль и мотоцикл одновременно начали равноускоренное движение по дороге. Вскоре автомобиль проехал мимо дуба, разогнавшись до скорости v_1. Мотоцикл, достигнув скорости $v_2 = 10$ м/с, поравнялся с тем же дубом, когда автомобиль уже находился у березы и двигался со скоростью $v_3 = 40$ м/с. Определите, с какой скоростью v_4 мотоцикл проедет мимо березы. Чему равна скорость v_1?

2.203. Два тела начали прямолинейное равноускоренное движение из состояния покоя. Ускорение первого тела в 2 раза больше ускорения второго. Через некоторое время τ ускорение первого тела мгновенно уменьшилось в 2 раза, а ускорение второго увеличилось в 2 раза. Новые ускорения сохранялись еще в течение того же промежутка времени τ, что и первоначальные. Во сколько раз будут отличаться пути, пройденные телами за все время их движения 2τ?

2.204. С линии старта одновременно ушли две гоночные машины. Их ускорениями изменялись со временем t по следующим законам: $a_1 = a_0(1+\sqrt{2-t/t_1})$ и $a_2 = a_0(2-\sqrt{2-t/t_1})$, где a_0 известная постоянная величина, а t_1 – время, начиная с которого скорость первой машины перестала изменяться. Вторая машина продолжила разгон с постоянным ускорением, пока в момент времени t_2 ее скорость не сравнялась со скоростью первой. Каким оказалось расстояние s между машинами к этому моменту?

2.205. Автомобили следуют друг за другом по шоссе со скоростью $v = 36$ км/ч. Первый начинает экстренно тормозить. Время реакции водителя второго автомобиля $\tau = 0{,}6$ с. При какой дистанции между машинами столкновения не произойдет, если их ускорения одинаковы?

2.206. Считается, что минимальное безопасное расстояние между автомобилями (минимальная дистанция) может быть рассчитана по формуле «половина скорости в метрах». Например, при движении со скоростью 60 км/ч минимальная безопасная дистанция равна 30 м, а при движении со скоростью 90 км/ч она составит 45 м. Два одинаковых автомобиля двигались по прямой дороге один за другим с одинаковыми скоростями, причем дистанция между ними была в точности минимально безопасная. Первый автомобиль начал сбрасывать скорость и через некоторое время остановился. Водитель второго автомобиля среагировал на это спустя некоторое время t и точно так же начал сбрасывать скорость до полной остановки. Но если второй водитель не среагировал достаточно быстро, то автомобили столкнулись бы. Найдите максимальное время t реакции водителя, при котором формула «половина скорости» гарантирует, что автомобили не столкнутся.

2.207. По прямому участку дороги с одинаковой скоростью v друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении может двигаться с предельным ускорением a_1, а другая с a_2. Если начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 0{,}3$ с. В зависимости от того, какая из машин едет впереди, безопасные дистанции, исключающие столкновение между ними, оказываются равными $L_1 = 6$ м или $L_2 = 9$ м. Определите, с какой скоростью едут машины. Оцените разность ускорений Δa машин, если известно, что сами ускорения примерно равны 5 м/с^2.

2.208. По прямому участку дороги с одинаковой скоростью v друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении замедляется с ускорением a_1, а другая – с ускорением a_2. Если начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 1{,}0$ с. В зависимости от того, какая из машин будет ехать впереди, минимальная безопасная дистанция, позволяющая избежать столкновения между ними, оказывается равной либо $l_1 = 5$ м, либо $l_2 = 40$ м. Определите, с какой скоростью едут машины.

2.209. На рисунке приведен план проектируемой Долгопрудненской трассы Формулы 1. На участке $L_1 = 1{,}8$ км каждый автомобиль (болид) едет со скоростью $v_1 = 60$ м/с, на «серпантине» $L_3 = 1{,}4$ км – со скоростью $v_3 = 20$ м/с, а на участках $L_2 = L_4 = 1{,}0$ км – с одинаковым по модулю тангенциальным ускорением. По правилам заезда расстояние между болидами вдоль всей трассы не должно быть меньше $L_0 = 200$ м. Какое максимальное число n автомобилей может одновременно участвовать в гонке?

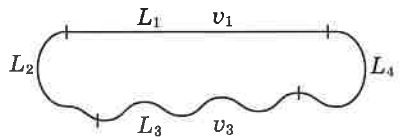


Рис. 2.209

2.210. Проезжая мимо дома теоретика Бага экспериментатор Глюк решил записывать свою среднюю скорость спустя каждые две минуты движения. Получившиеся результаты он свел в таблицу.

t, мин	2	4	6	8	10
v, км/ч	56	52	49	43	39

Известно, что Глюк измеряет время достаточно точно, а скорость определяет с погрешностью ±1 км/ч. Найдите, на какое максимальное расстояние удалится экспериментатор от дома Бага и время, через которое это произойдет. Чему будет равна его средняя скорость перемещения в этот момент? Найдите путь, пройденный экспериментатором к 20-й минуте движения. Скорость Глюка изменялась монотонно.

2.211. В баллистической лаборатории получили зависимость значений координаты h брошенного вертикально вверх шарика от времени t с момента броска. Результаты измерений представлены в таблице. Известно, что в одном из измерений (возможно и в первом) высота была определена неверно. Найдите, в каком. Рассчитайте, на какую максимальную высоту шарик поднимался над столом? Через какое время после первого измерения шарик упал на стол? Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
h, см	160	410	456	374	186	300	364	282
t, с	0,2	1,0	0,8	1,2	1,6	1,4	0,6	0,4

•**2.212.** В одной лаборатории сняли зависимость значений скорости v брошенного вверх шарика от его высоты h над уровнем стола. Результаты измерений для последовательных моментов времени приведены в таблице. Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
h, см	100	180	220	270	320	250	140	50
v, м/с	7,2	6,0	5,3	4,2	2,8	4,7	6,6	9,2

Известно, что в одном из измерений (возможно и в первом) скорость была определена неверно. Найдите, в каком. Для этого постройте график зависимости результатов измерений в таких координатах, в которых он будет линейным. Рассчитайте наибольшую высоту подъема шарика над столом.

2.213. Петя изучал равноускоренное движение тела вдоль оси Ox, записывая в какие моменты времени t от начала движения тело проходило через точки с координатами x. Результаты измерений он занес в таблицу.

x, см	10	20	30	40
t, с	0,26	0,37	0,45	0,52

Погрешность измерения координаты составила 1 см, а точность показаний электронного секундомера 0,01 с. Тело начинало движение без начальной скорости. В каком диапазоне могли находиться модуль ускорения тела и координата точки, в которой оно находилось в тот момент, когда секундомер показывал 0,69 с?

2.214. Модель космического корабля движется прямолинейно с ускорением, проекция которого изменяется со временем так, как показано на графике. Через какое время модель удалится от исходной точки в положительном направлении оси на максимальное расстояние, если ее начальная скорость равна нулю?

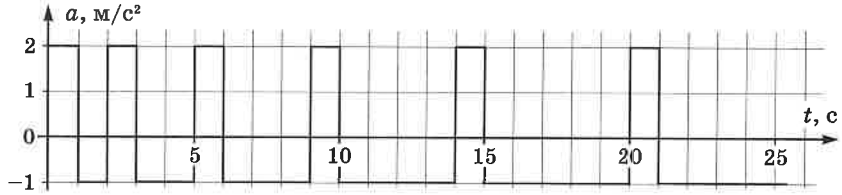


Рис. 2.214

2.215. Во время путешествия на Луну Незнайка решил покататься на луноходе. Он повернул какую-то ручку и нажал на педаль. Машина дернулась и стала медленно набирать ход. Тогда Незнайка начал дергать другие ручки. В результате скорость лунохода изменялась так, как показано на графике. Нарисуйте график зависимости ускорения a_x и координаты x лунохода от времени. Найдите путь s, пройденный луноходом, считая, что он двигался только вдоль оси x. Начальная координата $x_0 = 0$.

2.216. На рисунке приведен график зависимости проекции ускорения a_x от времени t для частицы с момента начала наблюдения до момента ее остановки. Определите максимальную скорость $v_м$ частицы и путь s, пройденный ей за 15 с.

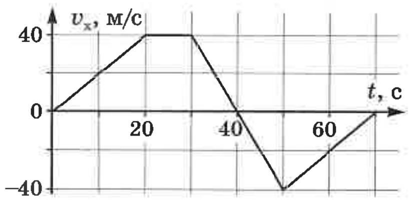


Рис. 2.215

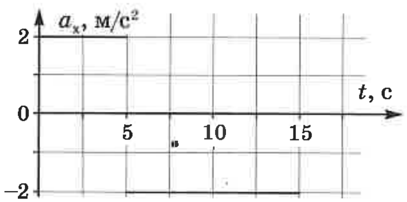


Рис. 2.216

2.217. Тело движется вдоль прямой с ускорением, зависимость проекции которого от времени приведена на рисунке. При какой начальной скорости тела к моменту времени 4τ его скорость увеличится по модулю в два раза?

2.218. Две частицы начинают движение без начальной скорости вдоль оси x в момент $t = 0$. Ускорение первой постоянно, а второй – изменяется по закону, приведенному на графике. Через 3 с скорости частиц оказались одинаковыми. Каково ускорение первой частицы? Чему равны пути, пройденные каждой частицей за вторую секунду и за первые три секунды движения?

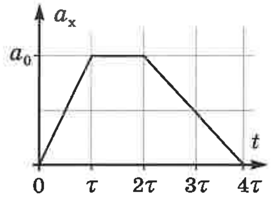


Рис. 2.217

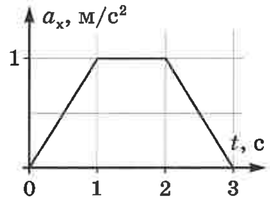


Рис. 2.218

2.219. Две частицы движутся вдоль оси x. Зависимости их ускорения a_x от времени оказались одинаковыми (см. рисунок). За все время наблюдений проекция скорости v_x каждой из частиц ровно один раз обращалась в ноль, а пройденные ими пути отличались на $\Delta s = 16$ см. Определите пути s_1 и s_2, пройденные частицами, и время τ их движения.

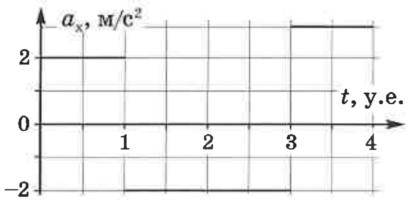


Рис. 2.219

2.220. В архивах экспериментатора Глюка нашли график зависимости проекции скорости от времени шарика, выпущенного вертикально вверх из пневматического пистолета с балкона 17-го этажа и упавшего спустя некоторое время на землю. Масштаб оси скорости

от времени выцвел, а по оси времени частично сохранился. Определите начальную скорость брошенного шарика и скорость, с которой шарик упадет на землю. Ветра в день эксперимента не было.

2.221. По дороге замедляясь с постоянным ускорением двигался автомобиль. В момент, когда он проезжал мимо пункта C, его скорость была равна $u_0 = 30$ км/ч. В этот же момент из пункта C выехал мотоциклист, который двигался с постоянным ускорением в ту же сторону, что и автомобиль. К моменту, когда скорости автомобиля и мотоцикла сравнялись, расстояние от автомобиля до пункта C превышало расстояние от мотоцикла до пункта C на $s = 100$ м. Автомобиль остановился на расстоянии $3s$ от пункта C. Какова была скорость мотоцикла в момент остановки автомобиля? Какое расстояние S проехал мотоцикл к моменту остановки автомобиля?

2.222. График зависимости тормозного пути s материальной точки от ее начальной скорости v имеет вид $s = kv^2$ и представлен на рисунке. Какой путь проходит материальная точка за время торможения от скорости $v_1 = 4{,}00$ м/с до $v_2 = 3{,}99$ м/с? За какое время она проходит этот путь? Чему равно ускорение материальной точки при скорости $v_1 = 4$ м/с? Действие всех сил на материальную точку, кроме силы сопротивления среды, скомпенсировано.

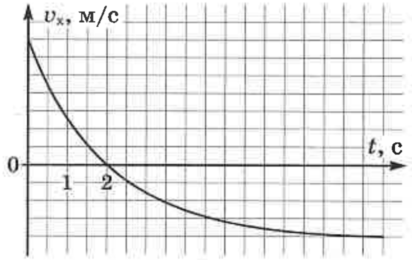


Рис. 2.220

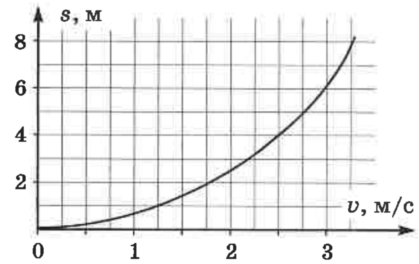


Рис. 2.222

2.223. Автомобиль стартует с ускорением a_0. Из-за сопротивления воздуха ускорение падает по мере увеличения скорости v по закону $a \sim (v_0 + v)^{-1}$, где v_0 – известный коэффициент. Постройте график, изображающий связь между a и v, в координатах, в которых он будет линейным. Через какое время t_0 после начала движения автомобиль достигнет скорости v_0? Получите зависимость скорости от времени $v(t)$ и постройте ее качественный график.

2.224. Тело начинает движение из состояния покоя с ускорением a_0 и далее движется прямолинейно. Из-за сопротивления среды ускорение тела уменьшается с увеличением его скорости v по закону $a = a_0 v_0 (v + v_0)^{-1}$, где v_0 – известная постоянная. Через какое время скорость тела достигнет значения $2v_0$?

2.225. Две радиоуправляемые машинки ездят по прямолинейному полигону. Проекции их скорости периодически изменяются (см. рисунок). В момент времени $t = 0$ машины находились рядом. На какое максимальное расстояние s они удаляются друг от друга в процессе движения?

2.226. На рисунке изображена зависимость скорости v частицы от времени t. Масштабы по осям заданы в условных единицах. Известно, что площадь заштрихованного прямоугольника соответствует перемещению 12 м, а ускорение частицы в точке A равно $a_A = 1{,}5$ м/с^2. Определите:

- каким единицам в системе СИ соответствуют условные единицы по осям;
- скорость v_A частицы в точке A;
- путь l, пройденный частицей к моменту, когда она приобрела скорость v_A.

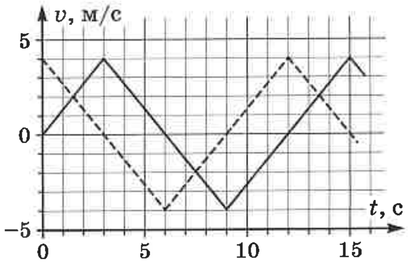


Рис. 2.225

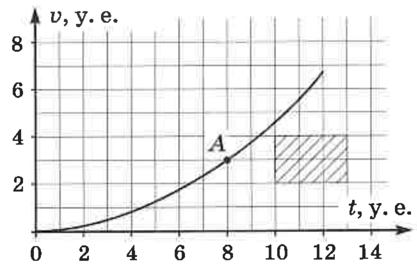


Рис. 2.226

2.227. Паровоз игрушечной железной дороги движется по прямой. Зависимость его координаты x от времени t приведена на рисунке. Постройте график зависимости проекции скорости v_x паровоза от времени и найдите его скорость в точках *А*, *Б*, *В*, *Г*, *Д*. Найдите ускорение паровоза на участках (*А* – *Б*), (*Б* – *Г*) и (*Г* – *Д*). Известно, что участки (*А* – *Б*), (*Б* – *Г*) и (*Г* – *Д*) – ветви парабол.

2.228. Частица движется вдоль оси x. На рисунке приведен график зависимости $v_x(t)$ – проекции ее скорости от времени. Найдите модуль перемещения частицы от начала движения ($t = 0$) до момента времени $t = 4$ с.

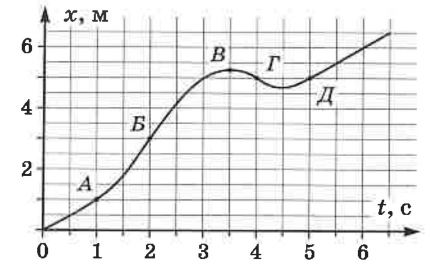


Рис. 2.227

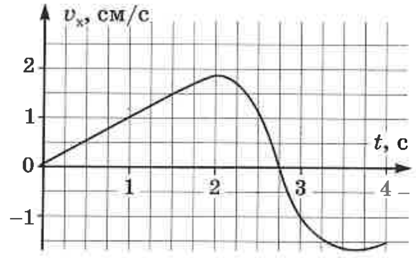


Рис. 2.228

2.229. Точка может двигаться вдоль оси x, причем проекция ее ускорения на эту ось зависит от координаты x, как показано на рисунке. В начале движения, при $x = 0$, проекция скорости точки на ось x равна $v_0 = 1$ м/с. Через какое время координата и проекция скорости точки снова примут те же значения?

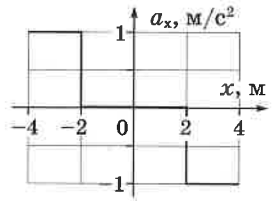


Рис. 2.229

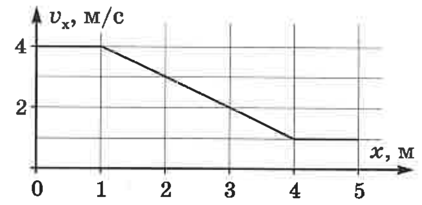
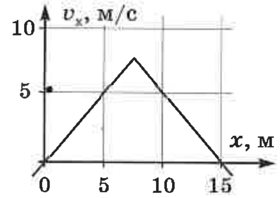


Рис. 2.230

2.230. Тело движется по прямой. График зависимости проекции его скорости v_x от координаты x приведен на рисунке. Найдите ускорение тела в точке с координатой $x = 3$ м и максимальное ускорение тела на отрезке от 0 до 5 м.

2.231. На рисунке приведен график зависимости проекции скорости v_x тела от координаты x. Найдите ускорение a_x в моменты, когда тело находится в точках с координатами $x = 0$ м; 5 м; 10 м; 15 м.



2.232. Тело движется в положительном направлении оси x с ускорением, график зависимости проекции которого от координаты тела показан на рисунке. Найдите скорость тела в тот момент времени, когда его координата равнялась $x = 6$ м, если начальная координата равнялась нулю, а начальная скорость $v_0 = 5$ м/с.

2.233. Скорость тела возрастает пропорционально квадрату времени, прошедшего с начала движения. В момент $t = 3$ с скорость достигла значения $v = 6$ м/с. Найдите ускорение тела в этот момент времени.

2.234. По приведенному на рисунке графику зависимости средней скорости машины от времени определите ее скорость в момент времени 50 с.

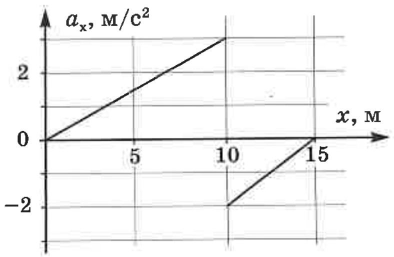


Рис. 2.232

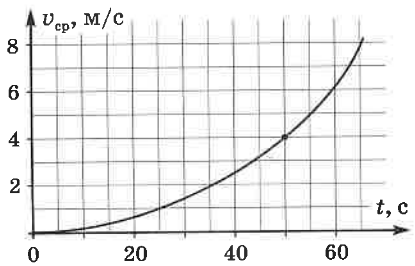


Рис. 2.234

2.235. По приведенному на рисунке графику зависимости средней скорости тела от его перемещения определите мгновенную скорость тела в момент прохождения им точки A.

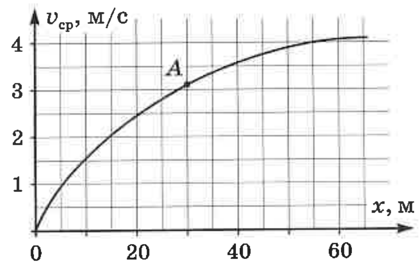


Рис. 2.235

ГЛАВА 3

ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Скорость звука в воздухе $c = 330$ м/с.

3.1. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

3.1. Легковой автомобиль движется со скоростью 20 м/с за грузовым, скорость которого 15 м/с. В момент начала обгона водитель легкового автомобиля увидел встречный автобус, движущийся со скоростью 25 м/с. При каком наименьшем расстоянии до автобуса можно начинать обгон, если в начале обгона легковая машина была в 15 м от грузовой, а к концу обгона она должна быть впереди грузовой на 20 м?

3.2. Почтовая связь между речными пристанями M и K осуществляется двумя катерами. В условленное время катера отплывают от своих пристаней, встречаются, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Если катера отплывают от своих пристаней одновременно, то катер, выходящий из M, затрачивает на путь в оба конца 3 ч, а катер из K — 1,5 ч. Скорости обоих катеров относительно воды постоянны и одинаковы. На сколько позже должен отплыть катер из M после отплытия другого катера из K, чтобы они находились в пути одно и то же время?

3.3. В безветренную погоду самолет затрачивает на перелет между городами $t = 6$ ч. Если дует боковой ветер в направлении, перпендикулярном линии полета, то самолет затрачивает на перелет на $\Delta t = 9$ мин больше. Найдите скорость u ветра, если скорость самолета относительно воздуха постоянна и равна $v = 300$ км/ч.

3.4. Самолет летит из пункта A в пункт B и возвращается назад в пункт A. Скорость самолета в безветренную погоду равна v. Найдите отношение средних скоростей всего перелета для двух случаев, когда во время перелета ветер дует: а) вдоль линии AB, б) перпендикулярно линии AB. Скорость ветра равна u.

3.5. Самолет совершает полеты из пункта A в пункт B и обратно. В течение всего перелета дует ветер с постоянной скоростью u под углом α к линии перелета (см. рисунок). При каком угле α время перелета по маршруту $A-B-A$ будет минимально, а при каком α максимально? Найдите отношение минимального времени к максимальному. Скорость самолета в безветренную погоду равна v.

3.6. На рисунке скорости v шести выпущенных дедом Мазаем зайцев изображены в системе отсчета, неподвижной относительно Мазая. Найдите направления и модули скоростей Мазая и остальных зайцев относительно зайца 3.

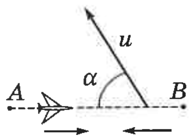


Рис. 3.5

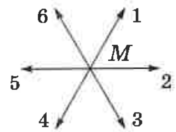


Рис. 3.6

3.7. Танк движется со скоростью v без проскальзывания. С какой скоростью движутся относительно Земли: а) верхняя часть гусеницы, б) нижняя часть гусеницы, в) точка гусеницы, которая в данный момент движется вертикально по отношению к танку?

3.8. В безветренную погоду автомобиль движется со скоростью $v = 36$ км/ч. Найдите скорость u капель дождя, если они оставляют след на боковом стекле под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали.

3.9. Автомобиль движется со скоростью $v = 36$ км/ч навстречу ветру, дующему со скоростью $v/2$. Найдите скорость u капель дождя относительно земли, если они оставляют след на боковом стекле под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали.

3.10. Автомобиль движется со скоростью $v = 72$ км/ч перпендикулярно ветру, дующему со скоростью $v/2$. Найдите скорость u капель дождя относительно земли, если они оставляют след на боковом стекле под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали.

3.11. Пучок одинаковых ядер движется со скоростью v. Ядра самопроизвольно делятся на пары одинаковых осколков, при этом скорость осколков, движущихся в направлении пучка, оказывается равной $3v$. Найдите скорость осколков, движущихся в направлении, перпендикулярном пучку. Какая скорость у осколков, летящих под углом 30° к направлению движения ядер?

3.12. Ядро, летящее со скоростью v, распадается на два одинаковых осколка. Определите максимальный возможный угол α между скоростями осколков и вектором v, если при распаде покоящегося ядра осколки вылетают со скоростью u $(u < v)$.

3.13. Штурман пытается провести судно в тумане через узкий проход между рифами.

а) Проход лежит к северо-востоку и океанское течение сносит судно к востоку со скоростью 5 м/с. Винт сообщает судну скорость 5 м/с относительно воды. В каком направлении пользуясь компасом штурман должен вести судно?

б) Проход расположен в северном направлении. Скорость течения, направленного на восток, равна 5 м/с. Судно развивает скорость 9 м/с относительно воды. В каком направлении штурман должен вести судно?

в) Проход длиной 1 км лежит к северу, а скорость течения, направленного на юго-запад, равна 5 м/с. С какой скоростью относительно воды должно двигаться судно (и в каком направлении), чтобы пройти через рифы за 10 мин?

3.14. Поезд движется на юг со скоростью 30 м/с. Пассажир пролетающего над поездом вертолета видит, что поезд движется на восток со скоростью 40 м/с. Найдите скорость вертолета.

3.15. Корабль движется на запад со скоростью v. Известно, что ветер дует точно с юго-запада. Скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна u. Найдите скорость ветра относительно земли.

3.16. С какой скоростью v и по какому курсу должен лететь самолет, чтобы за время $t = 2$ ч пролететь точно на север расстояние $l = 200$ км, если во время полета дует северо-западный ветер под углом 30° к меридиану со скоростью $u = 27$ км/ч?

3.17. Корабль плывет на юг со скоростью 42,3 км/ч. Заметив в море катер, наблюдатель, находящийся на корабле, определил, что с его точки зрения катер движется на северо-восток со скоростью 30 км/ч. Какова скорость катера и в каком направлении он идет?

3.18. Вертолет садится на авианосец, движущийся со скоростью v_1 в восточном направлении. Скорость ветра v_2 направлена на север, а относительно авианосца вертолет снижается с вертикальной скоростью v_3. Найдите скорость вертолета относительно воздуха.

3.19. Взлетев с аэродрома, за 10 мин самолет поднялся на высоту 10 км, пролетев при этом 20 км в северном направлении и 10 км в восточном. Найдите скорость самолета относительно воздуха, считая, что он все время двигался равномерно вдоль одной прямой, и учитывая, что дует северный ветер со скоростью 0,5 км/мин.

3.20. Человек находится на расстоянии s от прямой дороги, по которой едет автобус со скоростью v. В тот момент, когда человек заметил автобус, расстояние между ними было равно l. С какой наименьшей скоростью u должен бежать человек, чтобы успеть встретиться с автобусом?

3.21. Буер представляет собой парусные сани. Он может двигаться лишь по линии, по которой направлены его коньки. Ветер дует со скоростью v, перпендикулярно направлению движения буера. Парус же поставлен под углом 30° к направлению движения (см. рисунок). Какую скорость u не может превысить буер?

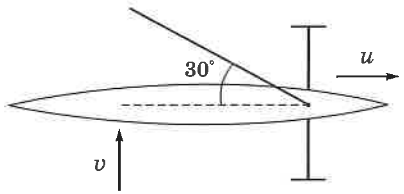


Рис. 3.21

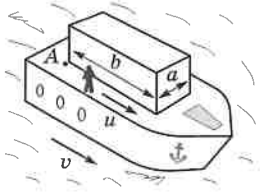


Рис. 3.22

3.22. Баржа движется по реке со скоростью $v = 18$ км/час. Боцман, осматривая груз, расположенный на палубе, обходит его со всех сторон. Свое движение боцман начинает из точки A, идет со скоростью $u = 3{,}6$ км/ч и возвращается в ту же точку. Груз уло-

жен на палубе на площади в форме прямоугольника со сторонами $a = 10$ м, $b = 40$ м (см. рисунок). Начертите траекторию движения боцмана с точки зрения наблюдателя, стоящего на мосту, под которым проплывает баржа. Какой путь преодолевает боцман относительно баржи и относительно берега за один обход?

3.23. Самолету на земле в безветренную погоду требуется взлетная полоса длиной 600 м. Какой длины палуба авианосца потребуется этому самолету, если он станет осуществлять взлет только с помощью своих двигателей, которые сообщают ему ускорение 5 м/с^2? Скорость авианосца 36 км/ч.

3.24. Массивная горизонтальная плита движется вниз с постоянной скоростью $v = 4$ м/с. Над плитой на нити неподвижно относительно земли висит мячик. В момент, когда расстояние между мячиком и плитой было рано $h = 1$ м, нить оборвалась. Через какое время после обрыва нити мячик догонит плиту? На какое максимальное расстояние от плиты удалится мячик после абсолютно упругого отскока? Через какое время после первого удара о плиту мячик во второй раз догонит ее?

3.25. Плита движется равномерно со скоростью v вертикально вниз. С высоты h на нее без начальной скорости падает маленький упругий шарик. Найдите путь, пройденный шариком относительно земли за время между первым и третьим ударами.

3.26. Две одинаковые шайбы пущены с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 3$ м/с вдоль гладкой наклонной плоскости навстречу друг другу. Одна с самого верха, а другая от основания наклонной плоскости. Через какое время шайбы столкнутся, если длина плоскости $L = 3{,}6$ м? Модули ускорений шайб равны.

3.27. Ракета, стартовав с земли, поднимается вертикально вверх с ускорением 2 м/с^2. Через 5 с после начала движения из нее выпадает болт. Через какое время после этого болт упадет на землю?

3.28. С воздушного шара, опускающегося вертикально вниз с постоянной скоростью $v_1 = 2$ м/с, бросают вертикально вверх камень со скоростью $v_2 = 10$ м/с относительно земли. Через какое время расстояние между шаром и камнем будет максимальным? Чему оно будет равно?

3.29. Аэростат поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью 10 м/с. В момент, когда его кабина находится на высоте 80 м над поверхностью земли, из нее бросают вертикально вверх камушек, начальная скорость которого относительно аэростата равна 20 м/с. Найдите максимальную высоту, на которую поднимется камушек над поверхностью земли. Чему равна скорость камня относительно земли в момент его встречи с кабиной аэростата и время полета камня до этой встречи?

3.30. Парашютист спускается равномерно со скоростью $u = 5{,}0$ м/с. В какой-то момент времени он подбрасывает вертикально вверх монетку с начальной скоростью $v_0 = 5{,}0$ м/с относительно себя. Какое расстояние окажется между парашютистом и монеткой, когда та достигнет максимальной высоты относительно земли?

3.31. Парашютист, спускающийся равномерно вниз со скоростью $v = 5$ м/с, в момент, когда находился на высоте $H = 100$ м над землей, бросил вертикально вниз небольшой камушек со скоростью $v_0 = 10$ м/с относительно себя. На какое максимальное расстояние камушек удалялся от парашютиста? Какой промежуток времени разделяет моменты приземления камушка и парашютиста?

3.32. Парашютист, спускающийся равномерно со скоростью $v = 5$ м/с, бросает вертикально вверх небольшой шарик со скоростью $v_0 = 10$ м/с относительно себя. Через какое время t после броска шарик и парашютист вновь окажутся на одной высоте? Чему будет равна скорость шарика в этот момент? На какой высоте относительно точки броска это произойдет?

3.33. Ракета, поднимаясь с земли равноускоренно вертикально вверх, за время $t_1 = 10$ с достигает высоты $H = 200$ м. Через $t_2 = 5$ с после старта из ракеты без начальной скорости относительно нее выпадает болт. Какой максимальной высоты достигнет болт? Каким будет расстояние между ракетой и болтом в момент его падения на землю? С какой скоростью относительно ракеты болт упадет на землю? Постройте графики зависимостей высоты $h(t)$ болта и вертикальной проекции скорости $v_y(t)$ болта от времени t с момента старта ракеты.

3.34. На переправу через реку, лодке требуется минимальное время t_0. Ширина русла реки равна H. Скорость течения реки

постоянна и в k ($k > 1$) раз больше скорости лодки, плывущей в стоячей воде. Найдите скорость v лодки относительно воды. На какое расстояние L снесет лодку, если она будет стремиться переправиться через реку за минимальное время? Определите наименьшее расстояние $L_{мин}$, на которое может снести лодку, пока она переправляется. Найдите время t переправы лодки в том случае, когда ее сносит на минимальное расстояние.

3.35. Человек на катере должен попасть из точки A в точку B, находящуюся на противоположном берегу на расстоянии s ниже по течению. Ширина реки d. При какой наименьшей скорости катера это удастся выполнить? Скорость течения реки u.

3.36. Лодочник, переправляясь через реку шириной h из пункта A в пункт B, все время направляет лодку под углом α к берегу (см. рисунок). Скорость течения реки равна u. При какой скорости v лодки относительно воды ее снесет ниже пункта B на расстояние l?

3.37. Катер движется из пункта A в пункт B все время вдоль прямой AB (см. рисунок). Скорость течения реки $u = 2$ м/с, скорость катера относительно неподвижной воды $v = 9$ м/с. Расстояние $AB = l = 1200$ м. За какое время катер пройдет это расстояние, если линия AB составляет с направлением течения угол $\alpha = 120°$?

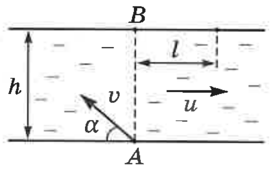


Рис. 3.36

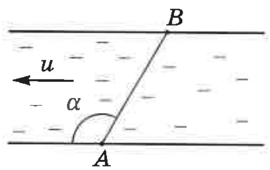
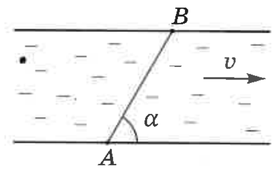


Рис. 3.37

3.38. Два катера вышли одновременно из пунктов A и B, находящихся на противоположных берегах реки, и начали движение вдоль линии AB длиной $l = 1{,}0$ км, образующей угол $\alpha = 60°$ с направлением скорости течения, которая равна $v = 2$ м/с. Скорости движения катеров относительно воды одинаковы. На каком расстоянии от пункта B произошла встреча катеров, если они встретились через 3 мин после отхода от причалов?



3.39. Под каким углом к берегу мальчик должен держать курс, чтобы переплыть реку именно за время t? Ширина реки h. Скорость мальчика v, а течения u.

3.40. Мальчик умеет плавать со скоростью вдвое меньшей, чем скорость течения реки. На какое минимальное расстояние его снесет течением, если он переплывет реку шириной $h = 100$ м?

3.41. Корабль проходит точку A со скоростью v, направленной под углом α к линии AB. Из точки B в этот момент со скоростью u выпускается торпеда. Под каким углом β к линии AB должна двигаться торпеда, чтобы попасть в корабль?

3.42. Два корабля движутся перпендикулярными курсами с постоянными скоростями, равными v и $2v$. В некоторый момент времени, когда корабли были расположены так, как показано на рисунке, расстояние между ними оказалось равным L. Определите, чему будет равно минимальное расстояние l между кораблями при их последующем движении. Найдите время t, через которое корабли окажутся на этом минимальном расстоянии.

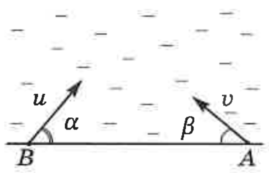


Рис. 3.41

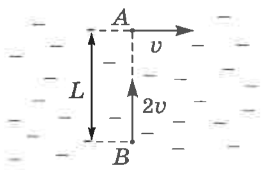


Рис. 3.42

3.43. Два корабля движутся с постоянными скоростями, равными v и $2v$. В некоторый момент времени, когда корабли находились на расстоянии L друг от друга, скорость одного из них оказалась направлена перпендикулярно линии, соединяющей корабли, а скорость другого – под углом α к этой линии, как показано на рисунке. Определите, чему будет равно минимальное расстояние l между кораблями при их последующем движении. Найдите время t, через которое корабли окажутся на этом минимальном расстоянии.

3.44. Из двух портов A и B, расстояние между которыми равно L, одновременно выходят два катера, один из которых плывет со скоростью v_1, а другой – со скоростью v_2. Направление движения пер-

вого катера составляет угол α, а второго – угол β с линией AB (см. рисунок). Каким будет наименьшее расстояние между катерами?

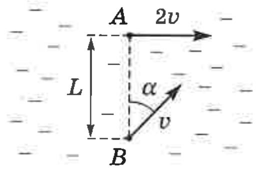


Рис. 3.43

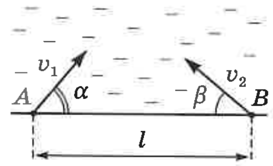


Рис. 3.44

3.45. Пилот космического корабля, движущегося со скоростью $v = 100$ м/с, заметил прямо по курсу астероид диаметром $d = 7$ км, когда до его поверхности оставалось расстояние $L = 8{,}5$ км. Космонавт сразу же включил аварийные двигатели, которые за небольшое время могут сообщить кораблю дополнительную скорость $\Delta v = 30$ м/с, направление которой задает космонавт. Может ли корабль избежать столкновения?

3.46. Хоккеист движется вдоль борта хоккейной коробки со скоростью v. В некоторый момент он посылает шайбу к противоположному борту со скоростью u относительно льда. Каков должен быть угол между векторами v и u, чтобы шайба вернулась к хоккеисту, абсолютно упруго отразившись от противоположного борта? Трением можно пренебречь. С какой скоростью относительно себя бросил шайбу хоккеист и под каким углом к борту?

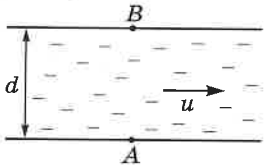
3.47. Автомобиль, двигаясь параллельно длинной стене, издает короткий звуковой сигнал. Через время t водитель слышит отраженный сигнал. Определите скорость v автомобиля, если расстояние от него до стены равно L. Скорость звука равна c.

3.48. Самолет движется вдоль отвесной стены. Под каким углом к направлению движения самолета приходит эхо, отраженное от этой стены? Скорость звука 340 м/с, скорость самолета 720 км/ч.

3.49. Два гоночных автомобиля мчатся навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Один из водителей начинает подавать звуковые сигналы длительностью t_1, при этом другой водитель определяет их длительность как $t_2 = 0{,}8\,t_1$. С какой скоростью едут автомобили? Скорость звука в воздухе $c = 330$ м/с.

3.50. На пути движения автомобиля расположены два звуковых датчика. Когда движущийся автомобиль оказался между датчиками, водитель подал звуковой сигнал. Первый датчик регистрировал звуковой сигнал автомобиля в течение 0,9 с, а второй — в течение 1,1 с. С какой скоростью двигался автомобиль?

3.51. Машина, двигаясь по прямой, удаляется от стены, издавая через одинаковые интервалы времени t короткие сигналы. Через какие интервалы t_1 звук этих сигналов доходит до стены? Через какие интервалы t_2 отраженный звук слышит водитель? Скорость машины v направлена под углом α к стене. Скорость звука c.

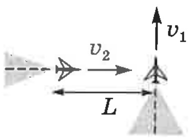


3.52. Мальчик, стоящий на берегу реки в точке B, роняет в воду телефон. Через какое время t волны от телефона достигнут точки A, расположенной на другом берегу напротив B? Скорость течения реки u, скорость распространения волн относительно воды v, ширина реки d.

3.53. Под каким углом к берегу должна плыть лодка, чтобы волны от нее доходили к разным точкам берега одновременно? Скорость лодки v, скорость волн на воде u.

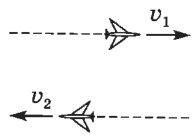
3.54. Самолет пролетает горизонтально с постоянной скоростью v над головой наблюдателя. Какой угол β с вертикалью составляет направление, по которому к наблюдателю доносится звук мотора в тот момент, когда наблюдатель видит самолет в направлении, составляющем угол α с вертикалью? Скорость звука c. Рассмотрите случаи $v > c$ и $v < c$.

3.55. Самолет летит горизонтально на высоте $h = 4$ км со сверхзвуковой скоростью. Звук доходит до наблюдателя через $t = 10$ с после того, как над ним пролетел самолет. Определите скорость v самолета.



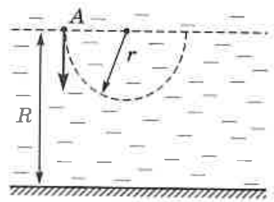
3.56. Самолеты летят перпендикулярно друг другу со скоростями, соответствующими числам Маха $M_1 = 3$ и $M_2 = 4$ раза (см. рисунок). Начальное расстояние между ними равно $L = 6600$ м. Какое время пилот второго самолета будет слышать звук первого? Услышит ли пилот первого самолета звук второго?

3.57. Два сверхзвуковых самолета движутся горизонтально в одной вертикальной плоскости на разных высотах. В некоторый момент времени самолет 1 оказался точно над самолетом 2. Спустя время $t_1 = 1{,}8$ с пилот второго самолета услышал звук от первого. На сколько раньше услышал звук второго самолета пилот первого? Скорость звука в воздухе $c = 324$ м/с, скорости самолетов $v_1 = 405$ м/с и $v_2 = 351$ м/с.



3.58. По прямой дороге с постоянной скоростью v едет автомобиль. В стороне от дороги на расстоянии L от нее стоит наблюдатель. В некоторый момент скорость сближения автомобиля и наблюдателя равна u. Через какой промежуток времени после этого автомобиль приблизится к наблюдателю на минимальное расстояние?

3.59. Моторная лодка, находящаяся в точке A на расстоянии R от берега озера, начинает разворот, двигаясь со скоростью $v = 18$ км/ч по окружности радиусом $r = R/2$. В начальный момент скорость лодки направлена в сторону берега. Волна от лодки доходит до берега через время $t = 3$ мин после начала разворота. Скорость распространения волн от лодки по поверхности воды $u = 9$ км/ч. Найдите расстояние R.

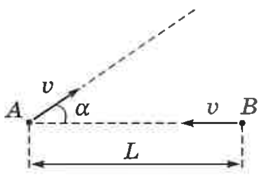


3.60. По окружности радиусом R с постоянной скоростью v бежит лошадь. На расстоянии r от центра окружности стоит человек. Чему равно максимальное значение скорости сближения лошади и человека? Рассмотрите два случая: когда $R > r$, и когда $R < r$.

3.61. Две частицы движутся со скоростями v_1 и v_2 по двум взаимно перпендикулярным прямым к точке их пересечения. В момент $t = 0$ частицы находились на расстояниях L_1 и L_2 от перекрестка. Через какое время расстояние между частицами будет минимальным?

3.62. Два автомобиля сближаются, двигаясь равномерно со скоростями v_1 и v_2. В первом случае движение происходит по одному шоссе, а во втором по двум взаимно перпендикулярным дорогам. В какое максимальное число раз скорость сближения автомобилей в первом случае может превысить аналогичную скорость во втором, если $v_1 > v_2$?

3.63. Два спортсмена равномерно бегут по двум прямым тропинкам, пересекающимся под углом α. Скорости их одинаковы и равны v. В момент $t = 0$ бегуны находились на расстоянии L друг от друга в точках A и B (см. рисунок). Чему равна максимальная скорость сближения спортсменов? Через какое время расстояние между бегунами будет наименьшим и чему оно равно?



3.64. Две машины едут с постоянными скоростями: а) по взаимно перпендикулярным дорогам; б) по дорогам, пересекающимся под углом 30°. Скорость первой машины $v_1 = 30$ м/с, а второй $v_2 = 20$ м/с. В момент времени, когда расстояние между машинами было минимальным, первая находилась на расстоянии $s_1 = 500$ м от места пересечения дорог. На каком расстоянии s от первой машины находилась в этот момент вторая машина?

3.65. Черепахи находятся на горизонтальной плоскости в вершинах правильного выпуклого многоугольника со стороной l. Через какое время черепахи встретятся, если они одновременно начнут двигаться со скоростью v, постоянно держа курс на свою соседку, находящуюся ближе по направлению вращения часовой стрелки? Решите задачу для случаев если: а) черепах три и они в вершинах треугольника; б) черепах шесть и они в вершинах шестиугольника; в) черепах N и они в вершинах N угольника?

3.66. Муравей и два жука могут ползать по большому столу. Каждый из жуков способны развивать любую скорость до 1 см/с. В начальный момент времени насекомые находятся в вершинах равностороннего треугольника. Какую скорость должен уметь развивать муравей, чтобы при любых перемещениях жуков треугольник, образованный ими, оставался равносторонним?

3.67. Небольшой шарик налетает на стенку со скоростью v под углом α к линии, перпендикулярной стенке. Определите модуль и направление скорости шарика после упругого удара, если стенка: а) неподвижна; б) движется перпендикулярно самой себе со скоростью w навстречу телу; в) движется перпендикулярно самой себе со скоростью w от тела; г) движется под углом β к линии, перпендикулярной ей самой, со скоростью w навстречу телу, как показано на рисунке.

3.68. Массивная горизонтальная плита поднимается с постоянной скоростью вверх. Ее догоняет шарик со скоростью, направленной под углом β ($\cos\beta = 1/3$) к горизонту (см. рисунок). После абсолютно упругого удара о гладкую поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью v, под углом φ ($\cos\varphi = 3/4$) к горизонту. Найдите скорость v_0 шарика перед ударом о плиту, и скорость u плиты.

3.69. В вертикальный лобовой щит танка, движущегося со скоростью 54 км/ч под углом $\varphi = 60°$ к направлению его движения, попадает пуля, летящая со скоростью $v_0 = 1800$ км/ч, и упруго отскакивает от него (см. рисунок). Найдите скорость отскочившей пули.

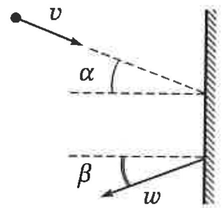


Рис. 3.67

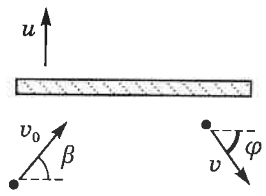


Рис. 3.68

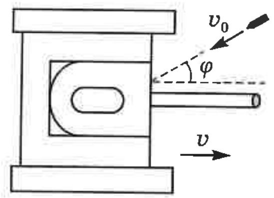


Рис. 3.69

3.70. В заднюю стенку танка, идущего со скоростью $v = 72$ км/ч, ударяется пуля, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 750$ м/с, и упруго отскакивает от нее (см. рисунок). С какой скоростью отскочит пуля? Стенка наклонена к вертикали под углом $\varphi = 30°$.

3.71. Массивная плита поднимается вверх с постоянной скоростью. Мяч, брошенный вверх, догоняет плиту, упруго ударяется о ее боковую поверхность, наклоненную под углом $\beta = 30°$ к горизонту, и отскакивает в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 1{,}7$ м/с (см. рисунок). Найдите скорость v_0 плиты и скорость v_1 мяча непосредственно перед ударом.

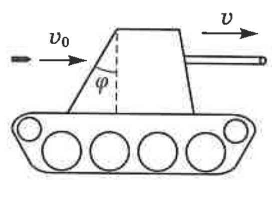


Рис. 3.70

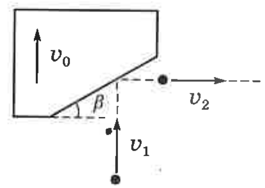


Рис. 3.71

3.72. Во время града автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью $u = 25$ км/ч. Одна из градин упруго ударяется о переднее стекло автомобиля, наклоненное под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали, и отскакивает горизонтально в направлении движения автомобиля (см. рисунок). Найдите скорость v_1 градины непосредственно перед ударом, считая, что она направлена вертикально. Найдите скорость v_2 градины сразу после удара.

3.73. Скользящий по гладкой горизонтальной поверхности стола массивный брусок ударяет своей гладкой вертикальной гранью AB по шарику, движущемуся по столу навстречу бруску, как показано на рисунке (вид сверху). Скорость бруска направлена под углом $\alpha = 60^\circ$ к грани AB. После абсолютно упругого удара шарик отскакивает со скоростью v под углом $\beta = 45^\circ$ к направлению движения бруска. Найдите скорость шарика перед ударом и скорость движения бруска.

3.74. Массивная доска AB скользит со скоростью u по гладкой горизонтальной поверхности. Из точки C той же поверхности одновременно вылетают две легкие шайбы. Первая скользит по поверхности в направлении CC_1 параллельно доске AB со скоростью v_1, а вторая – со скоростью v_2 под углом α к CC_1 (см. рисунок). Через некоторое время шайбы встречаются в точке D. Определите начальные скорости шайб v_1 и v_2, если известно, что время от начала движения шайб до их встречи в n раз превышает время движения второй шайбы от точки C до столкновения с доской. Все удары упругие.

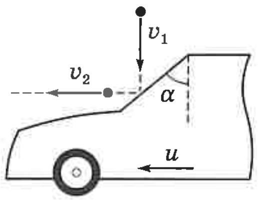


Рис. 3.72

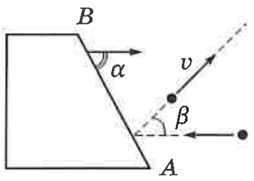


Рис. 3.73

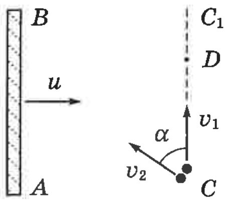


Рис. 3.74

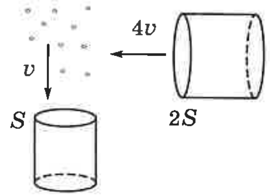
3.75. В безветренную погоду идет дождь. Скорость подлетающих к земле капель равна u. По асфальту со скоростью v катится мяч. Во сколько раз за один и тот же промежуток времени на него попадает больше капель, чем на такой же неподвижный мяч?

3.76. На улице в безветренную погоду идет дождь. В каком случае ведро, стоящее в кузове грузового автомобиля, наполнится водой быстрее: когда автомобиль движется, или, когда он стоит?

3.77. Шар радиусом R пролетает сквозь рой комаров толщиной d со скоростью v в направлении перпендикулярном поверхности роя. Сам рой, в единице объема которого находится n комаров движется со скоростью u перпендикулярно направлению полета шара. Сколько комаров столкнется с шаром?

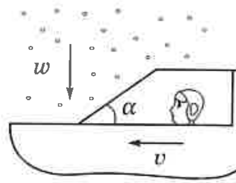
3.78. С какой наибольшей скоростью может ехать человек на гироскутере, чтобы капли дождя не падали ему на ботинки, если он держит зонт на высоте $h = 2$ м и край зонта выступает вперед на расстояние $a = 0{,}5$ м? Ветра нет, скорость капель $v = 8$ м/с.

3.79. Капли дождя падают вертикально со скоростью v. Неподвижное цилиндрическое ведро с площадью дна S наполняется со скоростью 1 кг/ч. Самолет летит горизонтально со скоростью $4v$. Какая масса воды попадает за 1 мин в воздухозаборник самолета площадью $2S$



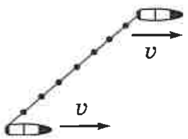
3.80. Капли дождя падают с постоянной скоростью u, перпендикулярно поверхности земли. а) Как необходимо расположить цилиндрическое ведро, находящееся на платформе, движущейся со скоростью v, чтобы капли не попадали на его стенки? б) При скорости ветра 10 м/с капли дождя падают под углом 30° к вертикали. При какой скорости ветра капли будут падать под углом 45°?

3.81. Самолет, летящий горизонтально со скоростью v, попадает в полосу дождя, капли которого падают вертикально со скоростью w. Кабина пилота имеет два стекла: верхнее – горизонтальное и переднее – наклоненное к горизонту под углом α, как показано на рисунке. Площади стекол одинаковы. Найдите отношение числа капель воды, падающих на переднее стекло, к числу капель, падающих на верхнее стекло за одно и то же время. Найдите, при какой скорости самолета v_0 на оба стекла будет попадать одинаковое число капель.



3.2 ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ

3.82. Турист, сплавляющийся на байдарке, заметил, что река несет его к середине перегородившего ему путь упавшего дерева длиной $l = 20$ м в тот момент, когда от носа байдарки до дерева оставалось $s = 30$ м. Под каким углом к скорости течения турист должен направить байдарку, чтобы обойти преграду, если скорость реки $u = 3$ км/ч, а скорость байдарки относительно воды $v = 6$ км/ч?



3.83. Две лодки, плывущие параллельно со скоростью $v = 2$ м/с, тянут концы натянутой сети. Передняя опережает заднюю по курсу движения на $l = 40$ м, а расстояние между ними поперек курса равно $2l/3$. При какой наименьшей скорости рыба сможет уплыть от сети, где бы перед ней она ни оказалась?

3.84. Скорость мальчика относительно воды постоянна и равна $v = 1$ м/с. Он смог переплыть реку шириной $L = 100$ м за минимальное время. Зависимость скорости течения u от расстояния от берега приведена на графике. При удачном выборе масштаба, график представляет собой полуокружность. На какое расстояние вниз по реке снесло мальчика течением? Можно считать, что в любом месте реки скорость течения направлена вдоль берега.

3.85. В торговом центре эскалаторы, работающие на спуск и подъем, установлены в перпендикулярных плоскостях. Скорость движения ленты эскалаторов одинакова и равна $v = 1$ м/с. Углы наклона эскалаторов к горизонту тоже одинаковы и равны $\alpha = 30^\circ$. Определите, с какой скоростью $v_{\text{отн}}$ движется пассажир, стоящий на одном эскалаторе относительно пассажира, стоящего на другом?

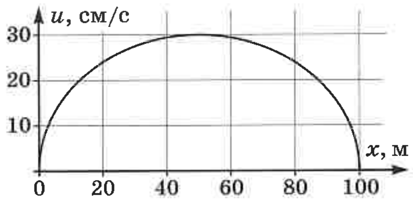


Рис. 3.84

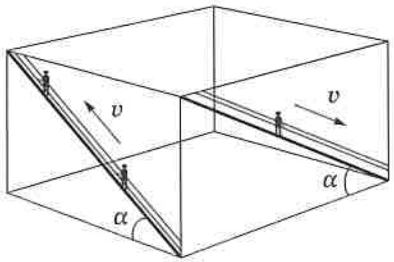


Рис. 3.85

3.86. Пункты A и B находятся на противоположных берегах реки шириной $L = 50$ м. Берега реки параллельны друг другу, а прямая AB им перпендикулярна. Пловец хочет вплавь попасть из пункта A в пункт B, но, оценив скорость течения, понимает, что это невозможно. Тогда он решает отбежать от пункта A вдоль берега до точки C, а потом уже вплавь добраться до пункта B (см. рисунок). На какое расстояние от пункта A должен отбежать пловец, чтобы попасть в пункт B за минимальное время? Чему равно это время? Скорость течения реки $u = 3$ м/с. Скорость с которой пловец бежит по берегу $v = 7$ м/с, а скорость с которой он умеет плыть относительно воды $w = 1$ м/с. Считайте, что скорость течения одинакова по всему поперечному сечению реки.

3.87. Между пунктами A и B, находящимися на противоположных берегах реки, вдоль AB курсирует катер (см. рисунок). Расстояние между точками AB равно $s = 1200$ м. Скорость течения реки $u = 1{,}9$ м/с. Направление AB составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением течения реки. С какой скоростью v и под какими углами β_1 и β_2 к направлению AB должен двигаться катер, чтобы пройти из A в B и обратно за время $t = 5$ мин? Считайте, что скорость течения одинакова по всему поперечному сечению реки.

3.88. Два лодочника должны переплыть реку из пункта A в пункт B, находящихся на противоположных берегах реки. Один из них направляет лодку перпендикулярно противоположному берегу и, достигнув его, оказывается в точке C. Для того чтобы попасть в пункт B, он движется против течения от пункта C к пункту B (см. рисунок). Второй лодочник направляет лодку так, что сразу, достигнув противоположного берега, оказывается в пункте B. Кто из них попадет в пункт B быстрее и во сколько раз? Скорость лодки относительно воды в обоих случаях одинакова и равна $v = 5{,}2$ м/с, скорость течения $u = 1{,}2$ м/с.

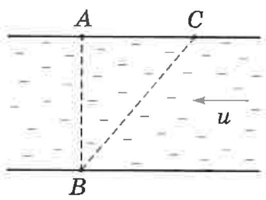


Рис. 3.86

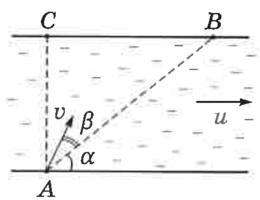


Рис. 3.87

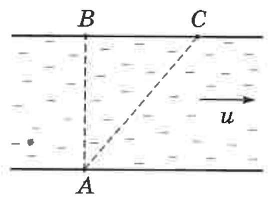


Рис. 3.88

3.89. Два пловца должны попасть из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом берегу. Для этого один из них решил переплыть реку по прямой AB, другой же – все время держать курс перпендикулярный течению, а расстояние, на которое его снесет, пройти пешком по берегу со скоростью u. При каком значении u оба пловца достигнут точки B за одинаковое время, если скорость течения $v_р = 2{,}0$ км/ч, а скорость каждого пловца относительно воды $v = 2{,}5$ км/ч?

3.90. Человек находится на берегу в точке A и хочет в кратчайшее время попасть в точку B, находящуюся на озере (см. рисунок). Скорость движения человека в воде v_1, а на берегу v_2. На каком расстоянии от точки C человеку нужно начать плыть? Величины s и d даны.

3.91. На берегу реки, скорость течения которой равна w, в точке A находится мальчик. Он может бежать по берегу со скоростью v и плыть со скоростью u (относительно воды), причем $u < w$. На каком расстоянии от точки A находится та точка C берега, откуда мальчик должен начать плыть, чтобы добраться до бакена B за наименьшее время? Расстояние BD от бакена до берега h, расстояние AD по берегу l.

3.92. Русло реки разделено цепью песчаных отмелей на два рукава с разной скоростью течения. С одного берега на другой переправляется лодка. На рисунке показан путь, при движении по которому снос лодки будет наименьшим. Для переправы по этому пути требуется время $t = 25$ мин. С учетом масштаба, обозначенного на рисунке, определите скорость v лодки в стоячей воде и скорости течения v_1 и v_2 в каждом рукаве.

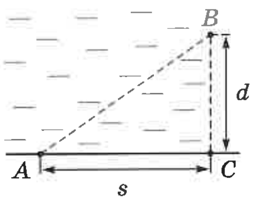


Рис. 3.90

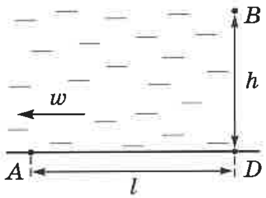


Рис. 3.91

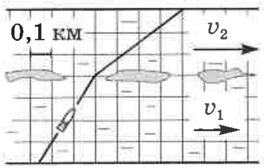


Рис. 3.92

3.93. Пешеходу необходимо в кратчайшее время попасть из точки поля A в точку поля B, расстояние между которыми 1300 м. Поле пересекает прямая дорога так, что точка A находится от нее на расстоянии 600 м, а точка B – на расстоянии 100 м. Скорость перемещения пешехода по полю равна 3 км/ч, а по дороге 6 км/ч. Какой должна быть траектория пешехода? Чему равно минимальное время его движения? Рассмотрите случаи, когда точки A и B лежат по одну и по разные стороны от дороги.

3.94. С самолета проводят серию бомбометаний. Бомба, снабженная парашютом, раскрывающимся автоматически на определенной высоте, каждый раз сбрасывается над точкой O. Если самолет летит по ветру, то бомба падает на расстоянии l_1 от точки O, если против ветра, то на расстоянии l_2 (см. рисунок). Найдите координаты точки падения бомбы в случае, когда траектория самолета совпадает с осью x. Скорость самолета в неподвижном воздухе v, скорость ветра u.

3.95. Скоростной катер, удаляющийся от берега со скоростью v, проводит исследование морского дна методом ультразвуковой локации, посылая короткие ультразвуковые сигналы в направлении, составляющем угол α с поверхностью моря. При достижении дна ультразвуковой сигнал отражается от него под тем же углом, что и падает (см. рисунок). Пренебрегая рассеянием, определите угол наклона β дна, если отраженный сигнал достигает катера при угле $\alpha = \alpha_0$. Скорость звука в воде равна c.

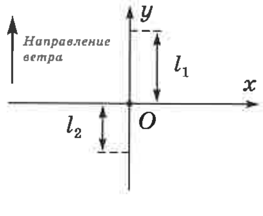


Рис. 3.94

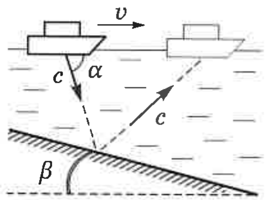
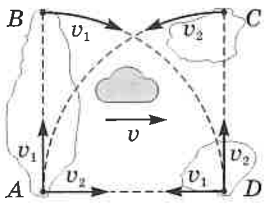


Рис. 3.95

3.96. Самолет, пролетев по прямой расстояние l, попадает из пункта A в пункт B за время t_1. Затем он пролетает расстояние l по прямой из пункта B в пункт C за время t_2 и возвращается в пункт A по прямой, пролетев еще расстояние l. Во время перелета дует ветер, скорость которого постоянна и направлена вдоль прямой AB. Определите скорость ветра, если скорость самолета относительно воздуха во время полета по абсолютной величине не изменяется.

3.97. Самолет летит по замкнутому маршруту ABC. Пункты A, B и C лежат в вершинах правильного треугольника. В каком случае время, затраченное на перелет, будет меньше: если ветер дует в направлении вектора AB или в направлении вектора BA?



3.98. Четыре города расположены в вершинах квадрата $ABCD$. Параллельно направлению AD (из A в D) с постоянной скоростью v дует сильный ветер. Два одинаковых самолета, вылетев из города A, пролетают без посадки по разным маршрутам: первый по $ABDA$, второй по $ADCA$ (BD и CA – дуги, соответствующие четвертям окружности). Найдите как относятся времена полетов самолетов.

3.99. По морю с постоянными скоростями прямолинейными непараллельными курсами плывут четыре корабля. Три корабля попарно встретились в море. Четвертый корабль сначала встретился с первым, а потом со вторым. Докажите, что он либо уже встречался с третьим кораблем, либо еще обязательно встретится.

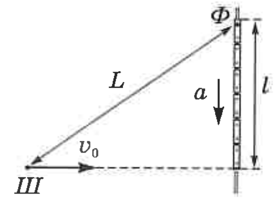
3.100. Автобус и велосипед едут по одной прямой дороге в одном направлении с постоянными скоростями 63 км/ч и 33 км/ч. Грузовик едет по другой прямой дороге с постоянной скоростью 52 км/ч. Расстояние от грузовика до автобуса все время равно расстоянию от грузовика до велосипеда. Найдите скорость грузовика относительно автобуса.

3.101. Одна из частиц пылевого облака (частица A) покоится, а все остальные разлетаются от нее в разные стороны со скоростями, пропорциональными расстояниям от них до частицы A. Какой характер движения частиц обнаружит наблюдатель, движущийся вместе с некоторой частицей B пылевого облака.

3.102. Космический корабль движется в открытом космосе со скоростью v. Требуется изменить направление скорости на 90°, так чтобы в конце маневра модуль скорости оказался прежним. Найдите минимальное время, необходимое для этого маневра, если двигатель может сообщать кораблю в любом направлении ускорение, не превышающее a. По какой траектории будет двигаться корабль во время этого маневра?

3.103. Муха, пролетая параллельно поверхности стола со скоростью v на высоте H, заметила в некоторый момент точно под собой каплю меда. При помощи крыльев муха может развивать в любом направлении ускорение, не превышающее a. За какое минимальное время муха сможет достигнуть капли меда? Гравитацией пренебречь.

3.104. Пассажирский поезд длиной l стоял на первом пути. В последнем вагоне сидел Дядя Фёдор и ожидал письмо от кота Матроскина, которое ему должен был передать Шарик. В тот момент, когда поезд тронулся, на привокзальной площади, как раз напротив первого вагона, появился Шарик. Он определил, что расстояние до последнего вагона равно L. С какой минимальной скоростью v_0 должен бежать пес, чтобы передать письмо, если поезд движется с постоянным ускорением a?



3.105. Вымпел на мачте корабля образует угол 60° с кильватерным курсом корабля при его скорости $v = 20$ км/ч. Не изменяя курса, корабль увеличил скорость в 2 раза, и угол стал равным 30°. Найдите по этим данным скорость ветра (считая ее неизменной). При какой скорости корабля угол станет равным 90°?

3.106. Поезд движется со скоростью v. Под некоторым углом к направлению его движения дует ветер, при этом скорость ветра, измеренная машинистом равна v_1. Когда поезд увеличил скорость в два раза, сохранив направление движения, скорость ветра, измеренная машинистом, стала равна $1{,}5v_1$. Определите величину скорости ветра относительно земли.

3.107. Поезд движется в восточном направлении со скоростью 27 км/ч и машинисту кажется, что ветер дует с севера. Сохраняя направление движения, поезд увеличил скорость до 54 км/ч и машинисту кажется, что ветер дует уже с северо-востока. Определите направление ветра и его скорость.

3.108. Один корабль идет по морю на север с постоянной скоростью $v = 20$ узлов, а другой – навстречу ему, на юг, с такой же скоростью. Корабли проходят на малом расстоянии друг от друга. Шлейф дыма от первого корабля вытянулся в направлении на запад, а от второго – на северо-запад (см. рисунок). Определите величину и направление скорости ветра. 1 узел = 1 морская миля в час, 1 морская миля = 1852 м.

3.109. Круизные лайнеры Первый и Второй плывут равномерно и прямолинейно. Угол между их курсами равен 60°, скорость Первого $v_1 = 36$ км/ч, скорость Второго $v_2 = 32$ км/ч (см. рисунок). С лайнера Первый с временным интервалом в несколько часов отплывают два катера, которые, двигаясь с постоянной скоростью, перпендикулярной курсу Первого, приплывают точно ко Второму. Определите скорость u катера.

3.110. Два корабля движутся с постоянными и одинаковыми по модулю скоростями v. В момент времени, когда корабли расположены так, как показано на рисунке, расстояние между ними оказывается равным L. Определите минимальное расстояние между кораблями при их последующем движении. Найдите время, через которое корабли окажутся на минимальном расстоянии друг от друга. В момент, когда корабль B пересекает линию движения корабля A, от борта корабля отправляется катер, который должен доставить на корабль B пакет с сообщением. Определите, через какое минимальное время после отправки катера пакет будет доставлен на борт корабля B, если скорость катера тоже v.

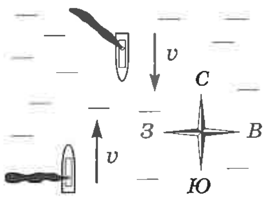


Рис. 3.108

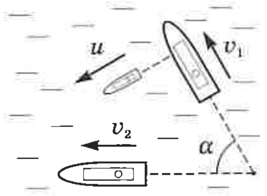


Рис. 3.109

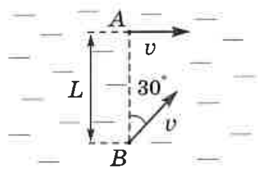


Рис. 3.110

3.111. Движущийся равномерно и прямолинейно корабль прошел точку A, находящуюся на расстоянии $L = 5$ км от пристани B (см. рисунок). Через некоторое время τ после этого от корабля и от пристани навстречу друг другу отправились два катера. Перерисуйте рисунок и построениями с помощью циркуля и линейки без делений определите точку, в которой находился корабль в момент встречи катеров, если известно, что: катера двигались по прямой с одинаковыми скоростями, составляющими 3/8 от скорости корабля; время движения катеров от их старта до встречи также равно τ; при встрече катеров корабль вновь оказался на расстоянии L от пристани. Опишите последовательность построений и найдите расстояние (в километрах), которое проходит катер за время τ. Ветра и течения нет. Примечание: на рисунке расстояние AB разделено на 5 равных интервалов.

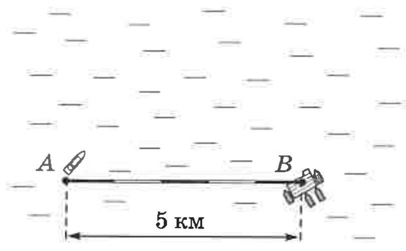
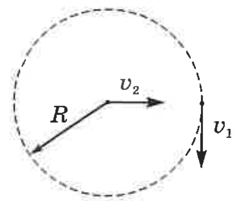


Рис. 3.111

3.112. Школьник бежит по окружности радиусом $R = 30$ м с постоянной по величине скоростью $u = 3{,}14$ м/с. Его друг гонится за ним, стартовав из центра окружности. В процессе погони он все время находится на радиусе, соединяющем центр окружности и первого школьника, а величина его скорости неизменна и равна $2u$. Сколько времени займет погоня?

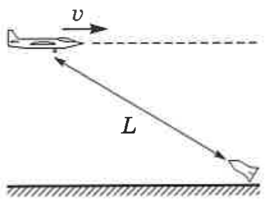
3.113. Два небольших тела начинают одновременно двигаться: первое – по окружности радиусом R с постоянной по модулю скоростью v_1, второе – из центра той же окружности со скоростью $v_2 = 4v_1/5$, причем скорость v_2 все время направлена на первое тело. На каком расстоянии друг от друга окажутся тела через время $t >> 2\pi R/v_1$?



3.114. Лиса гонит зайца, держа курс точно на него. Заяц думает, что удирает от лисы точно вдоль соединяющей их прямой, а на самом деле его скорость все время направлена под углом 60° к этой прямой. Начальное расстояние между лисой и зайцем составляет L, скорости их одинаковы и равны v. Через какое время лиса догонит зайца? На каком расстоянии от начального положения лисы это произойдет? Как изменится ответ, если заяц будет бежать под углом 90° или 40° к направлению на лису?

3.115. Заяц бежит по прямой с постоянной скоростью 10 м/с. Скорость лисы составляет 20 м/с, лиса в каждый момент времени бежит точно в ту точку, где находится заяц. В начальный момент расстояние между лисой и зайцем составляет 300 метров, направление движения зайца перпендикулярно отрезку, который в этот момент соединяет его с лисой. Через какое время лиса его догонит? Через какое время она могла бы догнать зайца, если бы бежала наилучшим способом?

3.116. От прямолинейного участка берега отошли одновременно два корабля A и B, находившиеся изначально на расстоянии $L = 3$ км друг от друга. Корабль A двигался по прямой, перпендикулярной к берегу. Корабль B непрерывно держал курс на корабль A, имея в каждый момент одинаковую с ним скорость. Очевидно, что через достаточно большое время второй корабль будет следовать за первым, находясь от него на некотором расстоянии. Найдите это расстояние.



3.117. После обнаружения на расстоянии L учебного самолета-мишени, летящего со скоростью v в направлении зенитной установки, с земли произвели запуск ракеты. Система управления ракетой в ходе полета поддерживала скорость в направлении на мишень, а модуль скорости увеличивала, чтобы обеспечивать постоянство скорости сближения с мишенью, причем сразу после старта скорость ракеты равнялась скорости мишени. Ракета попала в самолет точно над пусковой установкой. Сколько времени прошло от пуска ракеты до поражения цели? Чему равнялась скорость ракеты в момент, когда она была направлена вертикально вверх? Найдите максимальную скорость ракеты относительно самолета.

3.118. Лодка переправляется из пункта B, расположенного на берегу реки шириной l, в пункт A, расположенный на другом берегу выше по течению на расстоянии $3l/4$ от пункта B (см. рисунок). Во время переправы лодочник все время направляет нос лодки в направлении пункта A. Мотор развивает постоянную мощность. Известно, что скорость, которую имела бы лодка в стоячей воде, равна скорости течения реки. На каком расстоянии s от пункта A будет находиться лодка, когда она дойдет до середины реки?

3.119. Капитан корабля приказал держать курс на маяк. В этот момент расстояние до берега (и до маяка) было равно $s = 30$ км. Корабль начал движение со скоростью $v = 15$ км/ч относительно воды, все время поддерживая курс в направлении на маяк. Но экипаж не знал о течении вдоль берега, скорость которого постоянна и равна $u = 5$ км/ч. За какое время t корабль доплывет до маяка? За какое время он доплыл бы до маяка, двигаясь по кратчайшей траектории?

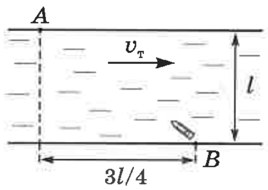


Рис. 3.118

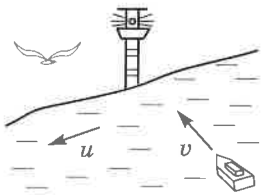


Рис. 3.119

3.120. Лодочник, переправляясь через реку, направляет нос лодки на пристань на другом берегу. Скорость течения реки u, скорость лодки относительно воды v. Ширина реки H. За какое время лодка переправится через реку?

3.121. Катер, привязанный у берега большого озера (береговая линия — прямая), неожиданно отвязался, и ветер погнал его с постоянной скоростью $v_0 = 2{,}5$ км/ч под углом $\alpha = 15^\circ$ к берегу. Сможете ли вы догнать катер, если ваша скорость на берегу $v_1 = 4$ км/ч, а в воде $v_2 = 2$ км/ч? При какой скорости катера его вообще возможно догнать?

3.122. На столбе на высоте h над землей висит звонок. На каком расстоянии от столба звук слышен громче всего, если скорость звука c, а скорость ветра, дующего горизонтально, v?

3.123. Три точки A, B и C в начальный момент времени расположены на одной горизонтальной прямой, причем точки A и C равноудалены от точки B. Точка A начала двигаться вертикально вверх с постоянной скоростью v, а точка C одновременно — без начальной скорости, вертикально вниз с постоянным ускорением a. Как должна двигаться по вертикали точка B, чтобы все три точки находились все время на одной прямой?

3.124. Со стартовой площадки C у гладкого озера взлетает ракета, ускорение которой постоянно, равно a и направлено вертикально вверх. На противоположном берегу озера на расстоянии L от точки старта стоит человек и смотрит на отражение ракеты в озере (см. рисунок). В некоторый момент ракета оказалась на высоте H над озером. С какой скоростью v должен двигаться в этот момент катер, чтобы закрывать человеку изображение ракеты в озере? Глаза человека находятся на высоте h над поверхностью воды.

3.125. Ракета летит вертикально от горизонтальной поверхности земли со скоростью v. Параллельно поверхности в западном направлении летит самолет со скоростью $v/\sqrt{3}$. С какой минимальной скоростью и в каком направлении относительно земли должен лететь вертолет, чтобы относительно него ракета и самолет двигались в противоположные стороны? Под каким углом к горизонту должна быть направлена скорость вертолета, чтобы относительно него ракета и самолет летели в противоположные стороны с равными скоростями? Чему равна скорость вертолета в этом случае?

3.126. Шарообразная планета радиусом R вращается вокруг своей оси, при этом линейная скорость точек ее экватора равна u. Вокруг планеты в плоскости экватора по круговой орбите радиусом $2R$ движется со скоростью $3u$ спутник (направления вращения планеты и спутника совпадают). Найдите скорость спутника относительно дерева, растущего на экваторе планеты.

3.127. Круглая платформа, расположенная в горизонтальной плоскости, вращается вокруг своей оси со скоростью $\omega = 3$ с$^{-1}$. Шар A катится в направлении AO со скоростью 7 м/с (см. рисунок). Найдите скорость шара относительно точки B платформы в момент, когда расстояние AO равно 8 м.

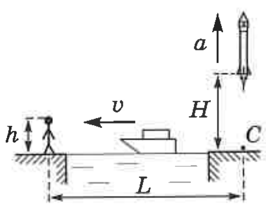


Рис. 3.124

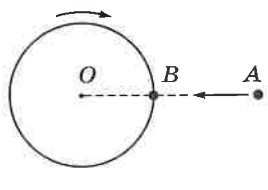


Рис. 3.127

3.128. Скорость конца часовой стрелки часов относительно минутной в некоторый момент оказалась равной 10 мм/с. Может ли эта скорость оказаться равной 8 мм/с или 12 мм/с?

3.129. Горизонтальный диск вращается вокруг своей оси, делая $n = 5$ об/мин. Человек идет вдоль радиуса диска с постоянной скоростью $v = 1{,}5$ м/с относительно диска. Нарисуйте качественно, как изменяется модуль скорости u человека относительно Земли в зависимости от расстояния до оси диска. Чему равна величина этой скорости на расстоянии $R = 3$ м от оси?

3.130. Вагон A движется по закруглению радиусом $OA = R$, а вагон B прямолинейно. Расстояние AB также равно R, а скорость каждого вагона равна v. Найдите скорость вагона A относительно вагона B и скорость вагона B относительно вагона A.

3.131. Две круглые платформы расположены рядом и вращаются в противоположных направлениях. Расстояние между их центрами равно 5 м. Угловая скорость каждой платформы равна 1 рад/с. На платформах на расстояниях 2 м от их центров находятся наблюдатели A_1 и A_2, занимающие в некоторый момент положения, изображенные на рисунке. С какой скоростью наблюдатель A_2 движется в этот момент относительно наблюдателя A_1?

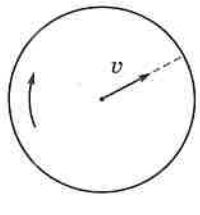


Рис. 3.129

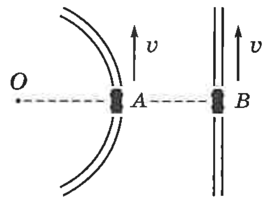


Рис. 3.130

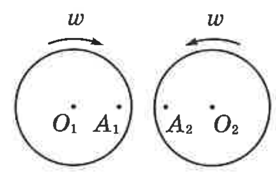


Рис. 3.131

3.132. На прямолинейном участке железной дороги паровоз везет за собой со скоростью v состав вагонов длиной L. Наблюдатель сидит на стоящем на земле равномерно вращающемся стуле, и смотрит прямо перед собой, не поворачивая головы. В тот момент, когда скорость паровоза относительно наблюдателя становится равной нулю, скорость последнего вагона относительно наблюдателя оказывается равной $2v$. На каком расстоянии от дороги находится наблюдатель? За какое время стул делает полный оборот?

3.133. По двум кольцевым дорогам радиусом R, лежащим в одной плоскости, движутся автомобили A_1 и A_2 со скоростями $v_1 = v$ и $v_2 = 2v$ (см. рисунок). В некоторый момент времени автомобили находились в точках M и C на расстоянии $R/2$ друг от друга. Найдите скорость автомобиля A_2 в системе отсчета, связанной с автомобилем A_1 в этот момент. Найдите скорость автомобиля A_2 в системе отсчета, связанной с автомобилем A_1, когда A_2 окажется в точке D.

3.134. Два автомобиля движутся с одинаковыми по модулю скоростями v. Первый автомобиль едет по прямой дороге, а второй – по окружности. Найдите скорость первого автомобиля в системе отсчета, связанной со вторым и скорость второго в системе отсчета, связанной с первым в момент, показанный на рисунке.

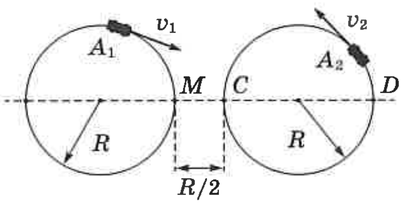


Рис. 3.133

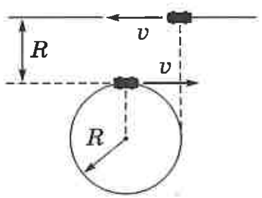


Рис. 3.134

3.135. Первый автомобиль движется с постоянной скоростью по прямолинейному участку. Другой автомобиль движется равномерно по дуге окружности радиусом R = 200 м. График зависимости модуля скорости второго автомобиля от времени в системе отсчета, связанной с первым автомобилем, изображен на рисунке. Найдите модули скоростей автомобилей.

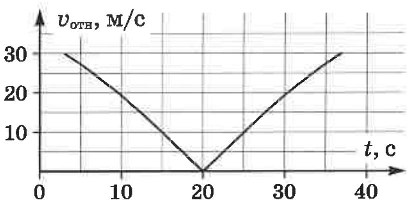


Рис. 3.135

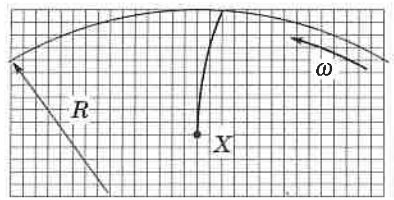


Рис. 3.136

3.136. На карусели радиусом R = 15 м, вращающейся с угловой скоростью ω = 0,5 рад/с, на расстоянии R_0 = 10 м от центра стоит

хоккеист. Он ударяет по шайбе, которая после броска оставляет след на карусели (см. рисунок). Найдите начальную скорость шайбы относительно карусели и относительно земли. Трением шайбы о карусель можно пренебречь. *Примечание*: для малых углов (выраженных в радианах) можно считать $\sin\alpha = \alpha$, а $\cos\alpha = 1$.

3.137. Два велосипедиста едут с одинаковыми линейными скоростями v по окружностям с радиусами R_1 и R_2, центры которых находятся на расстоянии l друг от друга ($l < R_1 + R_2$) (см. рисунок). Один из велосипедистов движется по часовой стрелке, другой — против. Найдите относительные скорости велосипедистов в момент, когда они оба находятся на линии, проходящей через центры окружностей, в точках: а) A_1 и A_2, б) A_1 и B_2, в) B_1 и B_2, г) A_2 и B_1.

3.138. В протекторе покрышек переднего и заднего колес велосипеда застряли два маленьких камня. Радиус колес R, а расстояние между их центрами $l = 3R$. В начальный момент камень на заднем колесе касается земли, а камень на переднем – находится в крайнем переднем положении (см. рисунок). Велосипед едет прямолинейно со скоростью v, колеса не скользят по дороге, камни не отрываются от покрышек. Найдите максимальное L_{max} и минимальное L_{min} расстояния между камнями в процессе движения велосипеда. Через какое минимальное время t после начала движения расстояние между камнями достигнет максимального значения?

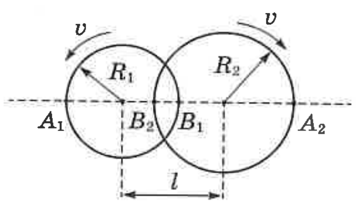


Рис. 3.137

Рис. 3.138

3.139. Свет от Солнца до Земли доходит за τ_1 = 500 с, а от Земли до Луны – за τ_2 = 1,3 с. Найдите наибольшую $v_{макс}$ и наименьшую $v_{мин}$ скорости Луны в системе отсчета, связанной с Солнцем. Изобразите качественно траекторию Луны в гелиоцентрической системе отсчета. *Примечание*. Луна вокруг Земли вращается в ту же сторону, что и Земля вокруг Солнца. Скорость света $c = 3\cdot10^8$ м/с. Луна делает один оборот вокруг Земли приблизительно за 27 суток.

3.140. По гладкому горизонтальному столу со скоростью v движется черная доска. След какой формы оставит на этой доске мел, запущенный горизонтально со скоростью u перпендикулярно направлению движения доски, если: а) трение между мелом и доской пренебрежимо мало; б) трение велико?

3.141. Лента горизонтального транспортера шириной h движется со скоростью u. В ленте симметрично относительно ее середины вырезаны два квадратных отверстия размерами $a \times a$. Ближние края отверстий находятся на расстоянии b друг от друга (см. рисунок). В некоторый момент мальчик запускает льдинку по ленте перпендикулярно ее боковому краю. В этот момент передний край ближайшего отверстия находится на расстоянии l от перпендикуляра, вдоль которого запущена льдинка. Какие значения может принимать скорость v льдинки, чтобы она пересекла ленту транспортера? Размерами льдинки и трением о ленту пренебречь.

3.142. На ленту транспортера перпендикулярно направлению ее движения соскальзывают консервные банки. По ленте до остановки банки проскальзывают расстояние $l = 0{,}5$ м. Скорость банки перед попаданием на ленту равна $v_1 = 0{,}9$ м/с, а скорость самой ленты $v_2 = 0{,}45$ м/с. Для снятия банки с ленты наиболее удобна точка, в которой ее скорость относительно земли минимальна. Определите это минимальное значение скорости банки. Найдите координаты точки A, в которой скорость банки минимальна. За начало отсчета примите точку O, в которой банка попадает на ленту. Оси выберите параллельно и перпендикулярно ленте как показано на рисунке.

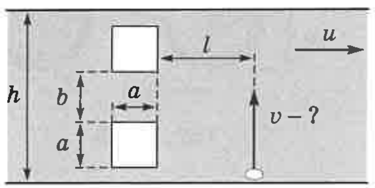


Рис. 3.141

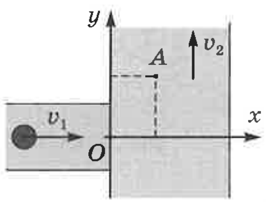


Рис. 3.142

3.143. Во время экскурсии на кондитерскую фабрику экспериментатор Глюк заметил, что скорость конфеты, попадающей из упаковочной машины под углом $\alpha = 60^\circ$ на ленту транспортера, (вид сверху приведен на рисунке), сначала уменьшается, а потом

увеличивается. Начальная скорость v_0 конфеты равна по модулю скорости u ленты транспортера и лежит в плоскости ленты. Чему равна скорость w конфеты относительно транспортера сразу после ее попадания на ленту? Вычислите минимальную скорость $w_{\min}$ конфеты относительно неподвижного Глюка.

3.144. Круглый плотик оттолкнули от берега реки со скоростью v относительно берега в направлении перпендикулярном берегу. Траектория плотика показана на рисунке. Крестиком на траектории отмечено место, в котором плотик оказался через время T после начала движения. Считая скорость реки постоянной и равной u, найдите построением с помощью циркуля и линейки без делений точки траектории, в которых плотик находился в моменты времени $2T$, $3T$ и $4T$. Длины векторов скоростей v и u изображенных на рисунке пропорциональны их модулям.

3.145. На рисунке показана траектория движения тазика, который оттолкнули со скоростью $v_0 = 1{,}0$ м/с в направлении перпендикулярном берегу. В точке C своей траектории тазик был через 1 с, в точке D – через 2 с. Определите скорость u течения реки.

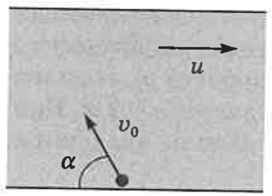


Рис. 3.143

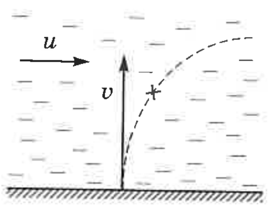


Рис. 3.144

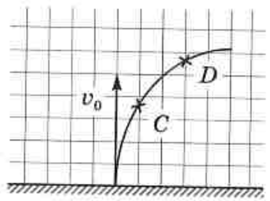


Рис. 3.145

3.146. Мальчик толкнул миску со скоростью v в направлении перпендикулярном берегу реки, скорость течения которой u. Сколько времени плыла миска, если в результате ее снесло на расстояние s ниже по течению и при этом она удалилась на расстояние l от берега?

3.147. От берега в перпендикулярном направлении оттолкнули небольшой круглый плот, сообщив ему скорость v, равную по модулю скорости течения реки. Через время $t = 10$ с плот удалился от точки старта на расстояние $l = 23$ м, оказавшись от берега на удалении $d = 20$ м. Определите скорость течения реки.

3.148. В системе отсчета, связанной с поверхностью реки, лодка движется по воде в направлении перпендикулярном берегу, удаляясь от него, с постоянным ускорением. Начальная скорость лодки равна $v = 2$ м/с. На рисунке представлен вид сверху на траекторию движения лодки в системе отсчета, связанной с берегом реки. Ось x направленна вдоль берега, а ось y – перпендикулярно. Определите модуль ускорения лодки и скорость течения реки, считая ее постоянной по всей ширине.

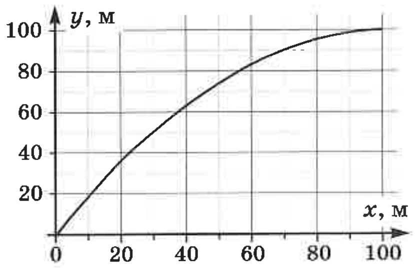


Рис. 3.148

3.149. После удара футболиста мяч полетел со скоростью $v = 25$ м/с под углом α ($\cos\alpha = 0{,}8$) к горизонту в направлении ворот, находящихся на расстоянии $L = 30$ м. Из-за бокового ветра, дующего в поле вдоль линии ворот (перпендикулярно скорости v), горизонтальное смещение мяча в плоскости ворот оказалось $s = 2$ м. Найдите время полета мяча до плоскости ворот. Мяч не вращается. Скорость ветра $u = 10$ м/с.

3.150. С лодки, стоящей на якоре посередине реки с сильным течением, бросают тяжелый шарик. Он падает в воду под углом $\alpha = 60^\circ$ к поверхности воды и со скоростью $v = 10$ м/с, направленной перпендикулярно скорости течения реки, которая в свою очередь равна $u = 4$ м/с. Через время $t = 3$ с после попадания в воду шарик коснулся дна, сместившись относительно точки падения в горизонтальном направлении, перпендикулярном скорости течения, на расстояние $a = 3$ м. На какое расстояние l относительно точки падения сместился шарик в направлении скорости течения? Шарик не вращался, скорость течения реки и по ширине, и по глубине везде одинаковая. Каким было l, если бы сила сопротивления, действующая на шарик со стороны воды, отсутствовала?

3.151. При проведении аэрофотосъемки в кадр попали шлейфы дыма, тянущиеся от паровозов, которые двигались по параллельным путям. Скорость первого паровоза $v_1 = 50$ км/ч, а второго $v_2 = 90$ км/ч. Определите направление вдоль которого дует ветер. Расстоянием между путями можно пренебречь.

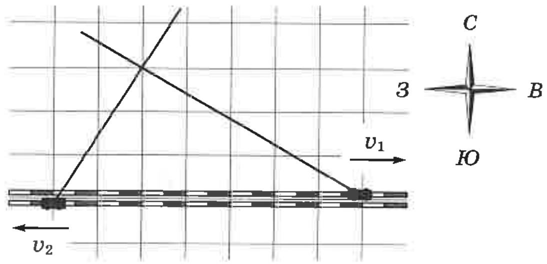


Рис. 3.151

3.152. При проведении аэрофотосъемки в кадр попали шлейфы дыма, тянущиеся от трех паровозов, которые двигались по прямолинейному участку железнодорожного пути. Скорость первого паровоза $v_1 = 20$ км/ч, второго $v_2 = 70$ км/ч, а направления их движения указаны на рисунке стрелками. Какова скорость третьего паровоза? Расстоянием между путями можно пренебречь.

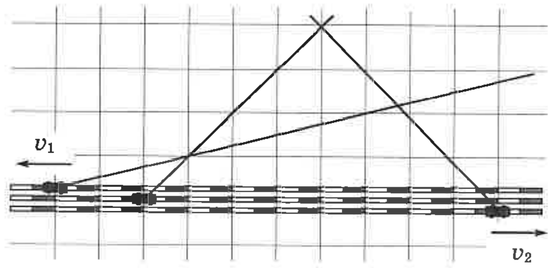


Рис. 3.152

3.153. При проведении аэрофотосъемки местности в кадр попали шлейфы дыма от двух паровозов, двигавшихся с постоянными скоростями по параллельным путям, находящимся на некотором расстоянии друг от друга. Известно, что один из паровозов двигался со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, а другой с $v_2 = 60$ км/ч. Одному делению разметки железнодорожного пути соответствует расстояние

200 м. Считая скорость ветра постоянной, с помощью циркуля и линейки определите:

- В каком направлении двигались паровозы?
- Под каким углом α к направлению на север дул ветер?
- Скорость ветра v_0.
- Минимальную скорость ветра v_{min} относительно паровоза.

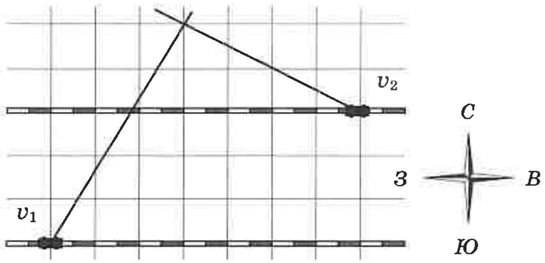


Рис. 3.153

3.154. При проведении аэрофотосъемки местности в кадр попали шлейфы дыма от двух паровозов, двигавшихся с постоянными скоростями по перпендикулярным путям. Известно, что один из паровозов двигался со скоростью $v_1 = 60$ км/ч. Одному делению разметки железнодорожного пути соответствует расстояние 200 м. Считая скорость ветра постоянной, с помощью циркуля и линейки определите:

- В каком направлении двигались паровозы?
- Под каким углом α к направлению на север дул ветер?
- Скорость ветра v_0 и скорость v_2 второго паровоза.

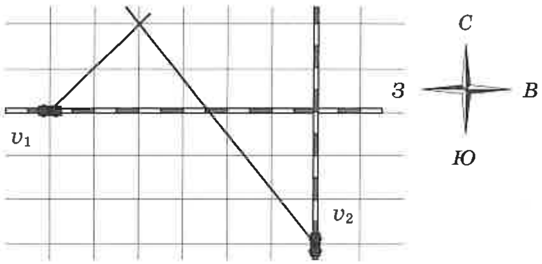


Рис. 3.154

3.155. На рисунке три совмещенных снимка с остатками шлейфа дыма паровоза, начавшего движение с ускорением $a = 0{,}4$ м/с^2. Дует западный ветер со скоростью $v = 4$ м/с. Снимки сделаны через одинаковые интервалы времени τ. Определите, на каком расстоянии от точки O находился неподвижный паровоз и чему равен интервал τ. Цены делений шкал сетки фотографии равны.

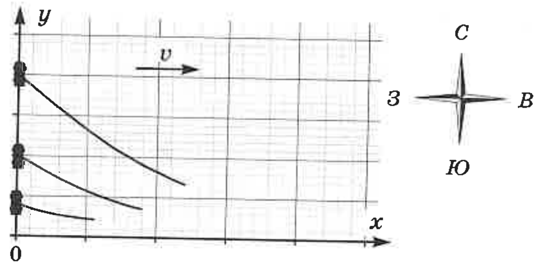


Рис. 3.155

3.156. При аэрофотосъемке получена фотография, на которой видны шлейфы дыма от паровозов (см. рисунок). Клетке на фотографии соответствует 50 м на местности. Один паровоз двигался равномерно по кольцевой ветке, а другой с такой же скоростью по прямой. Определите: 1) направление скорости ветра; 2) радиус R кольцевой железной дороги; 3) отношение скорости v паровоза к скорости ветра u; 4) направление прямой железнодорожной ветки. Построения выполните с помощью циркуля и линейки.

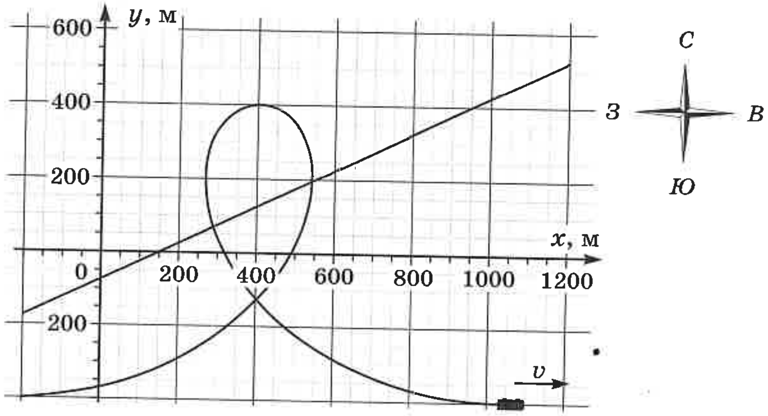


Рис. 3.156

3.157. При аэрофотосъемке в кадр попал шлейф дыма от паровоза, начавшего движение с постоянным ускорением $a = 0{,}05$ м/с^2 по прямому участку пути. На фотографии виден весь шлейф от самого начала. Одной клетке соответствует расстояние 200 м. Считая скорость ветра постоянной, определите: 1) в каком направлении двигался паровоз; 2) под каким углом α к железной дороге дул ветер; 3) скорость ветра v_0; 4) минимальную скорость ветра $v_{мин}$ относительно паровоза; 5) время движения паровоза τ от начала движения до момента съемки; 6) расстояние s, которое прошел паровоз от начала движения до момента съемки.

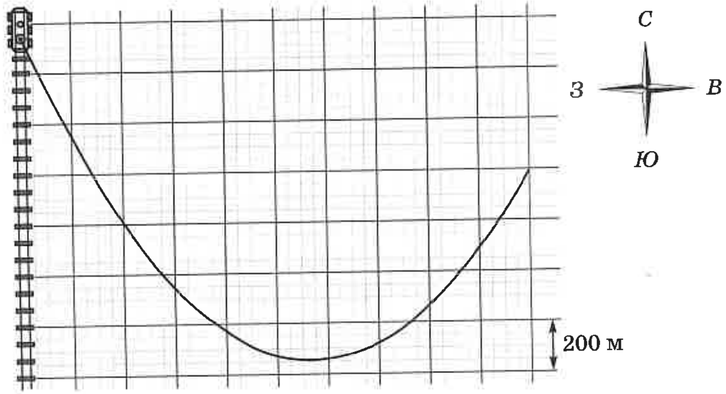


Рис. 3.157

3.158. Если смотреть сквозь две гребенки с разной частотой зубьев, наложенные друг на друга, то светлые участки будут чередоваться с темными. С какой скоростью станут перемещаться эти участки, если одну из гребенок начать двигать со скоростью 1 см/с? Неподвижная гребенка имеет 5 зубьев на сантиметр, а движущаяся 6.

3.159. В кино сменяется 24 кадра в секунду. На экране по шоссе движется грузовик с колесами диаметром 1 м. Изображения колес делают 2 оборота в секунду. Какова скорость автомобиля?

3.160. Киносъемка вращающегося вентилятора с тремя лопастями произведена со скоростью 24 кадра в секунду. На экране лопасти кажутся неподвижными, причем видны 6 лопастей. Какой была частота n вращения лопастей вентилятора? Что наблюдалось бы на экране, если бы вращение лопастей чуть замедлилось?

ГЛАВА 4

ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

4.1. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

4.1. Может ли (если да, то приведите примеры) тело двигаться по криволинейной траектории:

- без ускорения;
- с постоянным по модулю ускорением;
- с постоянным по направлению ускорением;
- с постоянным по модулю и направлению ускорением?

4.2. Может ли тело двигаться по криволинейной траектории с постоянной по модулю скоростью и с постоянным ускорением?

4.3. Может ли (если да, то приведите примеры) тело двигаться по дуге окружности:

- без ускорения;
- с постоянным по модулю ускорением;
- с постоянным по направлению ускорением;
- с постоянным по модулю и направлению ускорением?

4.4. Тело движется равномерно по окружности со скоростью 10 м/с. Определите модуль изменения вектора его скорости за половину периода, три четверти периода и период.

4.5. Частица, разгоняясь из состояния покоя с постоянным тангенциальным ускорением, проходит 3/4 окружности со средним значением модуля скорости v. Найдите модуль средней скорости частицы за время разгона.

4.6. Вентилятор вращается с постоянной скоростью и за $t = 2$ мин делает $N = 2400$ оборотов. Найдите период вращения и линейную скорость точки лопасти вентилятора, если она движется по окружности радиусом $R = 20$ см.

4.7. Барабан стиральной машины радиусом $R = 0{,}3$ м вращается с частотой $n = 10^3$ об/мин. Найдите линейную и угловую скорости точек поверхности барабана. Определите их нормальное ускорение.

4.8. Скорость точек шлифовального круга во избежание его разрушения не должна превышать $v = 100$ м/с. Найдите предельную частоту n вращения круга диаметром $d = 20$ см. С каким максимальным нормальным ускорением a могут двигаться точки круга?

4.9. Скорость паровоза 72 км/ч. Сколько оборотов в минуту делают его колеса, если их радиус 1,2 м? Чему равно максимальное центростремительное ускорение точек колеса?

4.10. Велосипедист едет по кольцевому треку диаметром 200 м с постоянной по модулю скоростью. За две минуты он проезжает путь, равный четырем диаметрам трека. Определите угловую скорость и нормальное ускорение велосипедиста.

4.11. С какой линейной скоростью движется по орбите Луна относительно центра Земли, если она делает полный оборот (синодический месяц) за время $T = 27$ сут, а радиус ее орбиты $R = 3{,}8 \cdot 10^5$ км?

4.12. Найдите линейные скорости точек земного экватора, связанные с вращением Земли вокруг своей оси и с ее вращением вокруг Солнца. Радиус Земли 6400 км. Радиус земной орбиты 150 млн км.

4.13. Спутник планеты вращается с периодом $T = 20$ ч вокруг ее оси, двигаясь со скоростью $v = 10$ км/с. Определите радиус орбиты спутника, частоту и угловую скорость его вращения.

4.14. С какой скоростью должен лететь спутник в плоскости экватора Земли, чтобы, все время падая с ускорением свободного падения g, двигаться по окружности? Радиус Земли 6400 км.

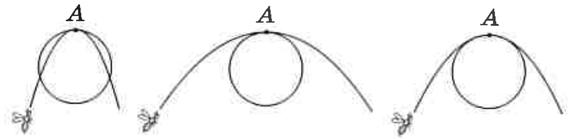
4.15. Во сколько раз линейная скорость точки поверхности Земли, лежащей на широте 60°, меньше линейной скорости точки, лежащей на экваторе?

4.16. Точка равномерно вращается по окружности радиусом R. Во сколько раз изменится нормальное ускорение точки, если радиус окружности, по которой она движется, увеличить в 2 раза?

4.17. Два тела равномерно движутся по окружностям радиусами $R_1 = 0{,}2$ м и $R_2 = 0{,}4$ м с одинаковой частотой. Найдите отношение их центростремительных ускорений.

4.18. Два тела равномерно движутся по окружностям радиусами $R_1 = 0{,}8$ м и $R_2 = 0{,}4$ м с одинаковыми центростремительными ускорениями. Найдите отношение периодов их вращения.

4.19. Пчела пролетает точку A, двигаясь один раз по параболе, а второй раз – по окружности с одной и той же постоянной скоростью (см. рисунок). При движении по какой траектории ускорение пчелы в точке A будет больше?



а б в

Рис. 4.19

4.20. Машина, двигаясь с постоянной скоростью, проехала по трассе, участки которой представляют собой дуги окружностей разных радиусов. В какой точке траектории ускорение машины было максимальным, а в какой – минимальным?

4.21. Машина проехала с постоянной скоростью по трассе, участки которой представляют собой дуги окружностей разных радиусов, значения которых указаны на рисунке, и прямой отрезок. Постройте качественный график зависимости нормального ускорения машины от времени.

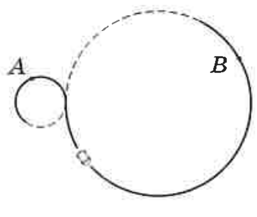


Рис. 4.20

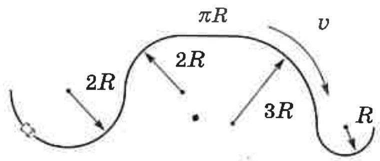


Рис. 4.21

4.22. Машина затратила на прохождение каждого участка трассы одинаковое время (см. рисунок). При переходе с одной дуги на другую скорость машины изменялась почти мгновенно, а затем модуль ее не изменялся. На каких дугах нормальное ускорение машины было максимальным, а на каких – минимальным?

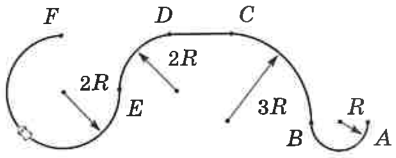


Рис. 4.22

4.23. Линейная скорость точек обода вращающегося диска составляет 3 м/с, а точек, находящихся на расстоянии 10 см ближе к оси вращения, равна 2 м/с. Найдите частоту вращения диска.

4.24. Радиус рукоятки колодезного ворота в 3 раза больше радиуса вала, на который наматывается трос. Какова линейная скорость конца рукоятки, если ведро с глубины 10 м поднимается за 20 с?

4.25. Два вала соединены ремнем. Вал радиусом $R = 10$ см вращается с частотой 20 об/мин. Определите линейную скорость и ускорение точки A большого вала (см. рисунок).

4.26. Найдите ускорение точки A, если диск радиусом R_1 вращается с периодом T. Радиусы R_2 и R_3 известны (см. рисунок).

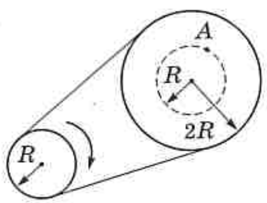


Рис. 4.25

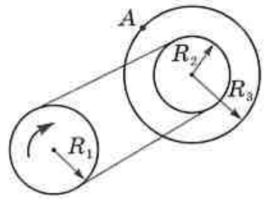


Рис. 4.26

4.27. Минутная стрелка часов в 1,5 раза длиннее часовой. Во сколько раз отличаются линейные скорости и нормальные ускорения концов стрелок?

4.28. Неисправные часы отстают на 5 мин в сутки. На сколько процентов отличаются угловое ускорение и угловая скорость их минутной стрелки от аналогичных величин таких же исправных часов?

4.29. Горизонтальная платформа равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На расстоянии, равном трети радиуса платформы относительно ее края, отрывается небольшое тело, которое затем скользит по платформе без трения. Через какое время тело слетит с платформы, если до отрыва оно двигалось с ускорением 0,1 м/с^2? Радиус платформы 60 см.

4.30. Ось с дисками, расположенными на расстоянии $l = 1{,}0$ м друг от друга, вращается с частотой $n = 1200$ об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска, и отверстие во втором оказывается смещенным относительно отверстия в первом на угол $\alpha = 18^\circ$. Найдите скорость пули между дисками, считая, что она больше 10 м/с.

4.31. Пуля, выпущенная из винтовки, попала в стенку вращающегося с частотой 50 об/с тонкостенного цилиндра диаметром 20 см и пробила его насквозь. Найдите скорость пули, если известно, что она пролетела через цилиндр перпендикулярно его оси и к моменту вылета пули входное отверстие успело сместиться на 1 см.

4.32. Опыт Физо по определению скорости света состоял в следующем. Свет проходил через узкую прорезь между зубцами вращающегося колеса K, отражался от зеркала $З$, расположенного на расстоянии $l = 8{,}7$ км, и возвращался, опять проходя между зубцами колеса (см. рисунок). При какой минимальной частоте n вращения колеса отраженный свет исчезал, если число зубцов на колесе $N = 720$. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

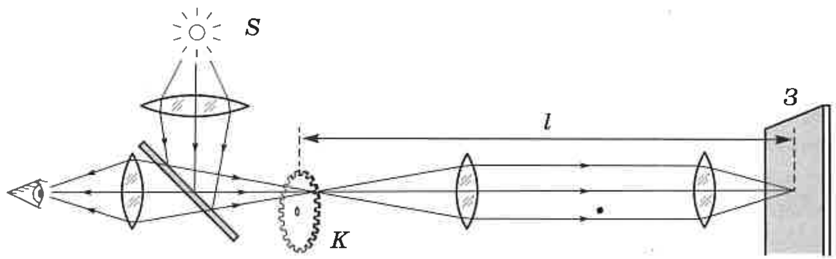
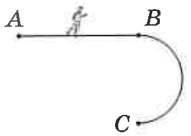


Рис. 4.32

4.33. Два самолета выполняют разворот в одной горизонтальной плоскости, двигаясь равномерно по дугам концентрических окружностей, оставаясь на расстоянии $s = 60$ м друг от друга. Ближайший к центру виража самолет летит по окружности радиуса $R = 600$ м. Второй самолет движется со скоростью $v_2 = 343$ км/ч. Найдите ускорение самолета, летящего по внутренней траектории.



4.34. Стартуя из точки A, спортсмен движется равноускоренно до точки B, после которой модуль скорости спортсмена остается постоянным вплоть до точки C. Во сколько раз время, затраченное спортсменом на участке BC, отличается от времени на AB, если модуль ускорения на обоих участках одинаков? Траектория BC – полуокружность.

4.35. Луч света падает на вращающийся экран OA, когда он вертикален, формируя на нем зайчик C (см. рисунок). Угловая скорость вращения экрана равна ω, а расстояние OC в данный момент равно l. Угол, образуемый лучом с горизонтом, равен α. С какой скоростью скользит зайчик по экрану?

4.36. Луч света от источника S вращается с угловой скоростью ω, образуя на вертикальном экране OA зайчик в точке C (см. рисунок). Расстояние OC равно l, расстояние от источника до точки C равно $2l$, а угол, образуемый лучом с горизонтом, составляет α. С какой скоростью в этот момент скользит зайчик по экрану, если тот: а) неподвижен $\omega_э = 0$; б) вращается с $\omega_э = \omega$?

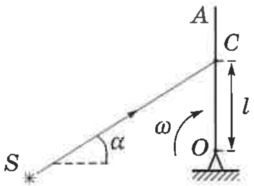


Рис. 4.35

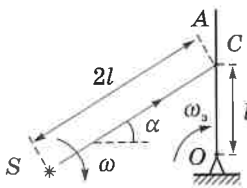


Рис. 4.36

4.37. Точка движется по криволинейной траектории со скоростью v. Определите мгновенный радиус r кривизны траектории в тот момент, когда ускорение точки равно a и направлено под углом α к ее скорости.

4.38. При равноускоренном движении тела по окружности угол между ускорением a и линейной скоростью v равен 30°. Найдите отношение нормального и тангенциального ускорений в этот момент времени.

4.39. На вал радиусом 10 см намотана нить, к концу которой привязана гиря. Двигаясь равноускоренно, гиря за 20 с от начала движения опускается на 2 м. Найдите угловое ускорение и угловую скорость вала в этот момент времени.

4.40. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1{,}0$ м. На графике показана зависимость модуля ее скорости v от времени t. Определите ускорение точки в момент времени 4 с.

4.41. Шарик совершает периодическое движение, двигаясь в одном и том же направлении по дуге окружности радиусом 1 м. Зависимость скорости шарика от времени приведена на рисунке. Найдите максимальное ускорение шарика.

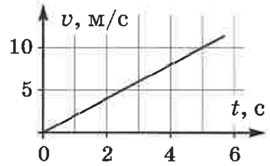


Рис. 4.40

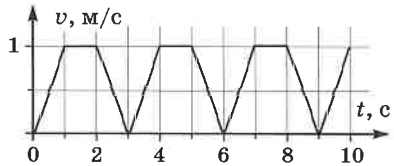


Рис. 4.41

4.42. Материальная точка из состояния покоя прошла: а) половину; б) четверть; в) треть; г) полторы окружности радиусом $R = 5{,}0$ м с постоянным тангенциальным ускорением $a = 0{,}10$ м/с^2. Определите время ее движения. Найдите средний модуль скорости и модуль средней скорости точки. Чему равен модуль ее среднего ускорения?

4.43. Изначально покоящаяся материальная точка за время $t = 10$ с прошла: а) половину; б) четверть; в) треть; г) полторы окружности радиусом $R = 5{,}0$ м с постоянным тангенциальным ускорением. Найдите средний модуль скорости и модуль средней скорости движения точки. Чему равен модуль ее среднего ускорения?

4.44. Материальная точка движется по окружности радиусом 20 см равноускоренно с тангенциальным ускорением 5 см/с^2. Через какое время t после начала движения центростремительное ускорение станет больше тангенциального в 2 раза?

4.45. Точка начинает двигаться по окружности радиусом R с тангенциальным ускорением a. Как зависит от времени угол между векторами скорости и полного ускорения?

4.46. Материальная точка движется по окружности радиусом 2 м. Когда нормальное ускорение точки достигло значения 2,2 м/с^2, угол между векторами полного и нормального ускорений стал равен 60°. Найдите модули скорости и тангенциального ускорения точки в этот момент времени.

4.47. Небольшое тело начинает движение по окружности радиусом 30 м с постоянным по модулю тангенциальным ускорением 5 м/с^2. Найдите полное ускорение тела через 3 с после начала движения.

4.48. В момент времени, когда скорость частицы равна 10^6 м/с, ее ускорение составляет 10^4 м/с^2 и направлено под углом 30° к скорости. На сколько увеличится модуль скорости частицы за 10^{-2} с, и какова в этот момент угловая скорость вращения ее вектора скорости?

4.49. Угловая координата точки диска радиусом $R = 10$ см, вращающегося вокруг центра, изменяется по закону $\varphi = 12 - 2t^2$ (все коэффициенты выражены в СИ). Найдите линейную и угловую скорости крайних точек диска и их ускорения – угловое, нормальное, тангенциальное и полное в момент времени $t = 1$ с.

4.50. Угловая координата точки диска радиусом $R = 20$ см, вращающегося вокруг центра, изменяется по закону $\varphi = 4 - 2t + t^2$ (все коэффициенты выражены в СИ). Найдите линейную и угловую скорости крайних точек диска и их ускорения – угловое, нормальное, тангенциальное и полное в момент времени $t = 2$ с.

4.51. Вентилятор, вращающийся с частотой $n = 900$ об/мин, выключают. После этого он делает $N = 150$ оборотов до остановки. Считая торможение равноускоренным, определите, какое время t проходит с момента выключения вентилятора до его остановки?

4.52. По графику зависимости нормального ускорения a от времени точки, движущейся по окружности, постройте графики ее скорости v и тангенциального ускорения a_τ от времени ($v_0 = 0$).

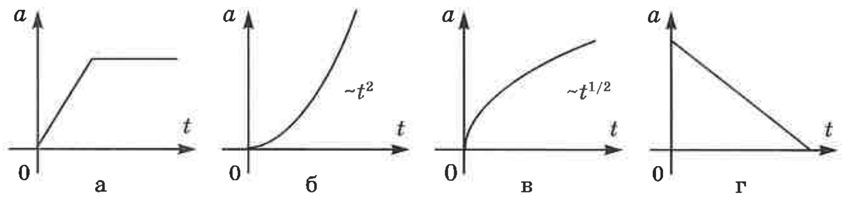


Рис. 4.52

4.53. Точка движется по окружности радиусом $R = 20$ см. На графике представлена зависимость проекции ее угловой скорости ω_x от времени движения. Определите изменение угловой координаты точки за все время движения. Сколько оборотов в одну и в противоположную сторону успеет совершить точка за это время? С каким максимальным ускорением двигалась точка в процессе движения?

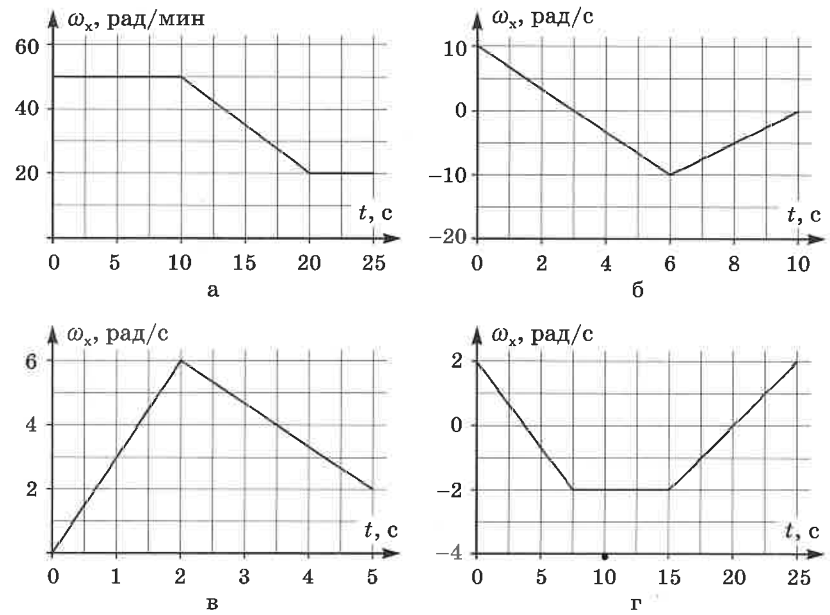


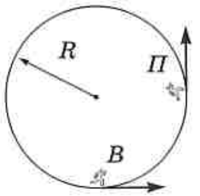
Рис. 4.53

4.54. Тело движется по окружности радиусом R со скоростью, которая зависит от времени по закону: $v(t) = kt$. Найдите зависимость полного ускорения от времени.

4.55. Точка движется по окружности со скоростью, изменяющейся по закону: $v = at$, где $a = 0{,}5$ м/с^2. Найдите полное ускорение точки в момент, когда она после начала движения пройдет 0,1 длины окружности.

4.56. Могут ли 2 точки все время оставаясь на расстоянии l друг от друга двигаться с постоянными по модулю скоростями v и $2v$? Каковы будут при этом ускорения точек?

4.57. Кошка бежит за мышкой по окружности радиусом 5 м с постоянной скоростью 40 км/ч. Когда расстояние по дуге между ними оказывается равным 1/8 длины окружности, мышка начинает убегать со скоростью 50 км/ч. Через какое время мышка удалится от кошки на максимально возможное расстояние?



4.58. Петя и Вася бегают по кругу стадиона радиусом 100 м. Изначально Вася находится позади Пети, и расстояние по дуге между ними равно 1/4 длины окружности. Скорость Пети 5 м/с, а Вася бежит вдвое быстрее. Через какое время произойдет их вторая встреча, если мальчики бегут в одну сторону? Каким будет ответ, если они побегут в разные стороны?

4.59. Из пункта A кольцевой трассы выехал велосипедист, а через 40 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 8 минут после начала своего движения мотоциклист догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 36 минут после этого он догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы 30 км.

4.60. По круговой дорожке радиусом $R = 40$ м одновременно стартуют два бегуна. Первый пробегает круг за 20 с, а второй за 30 с. Спортсмены бегут по кругу в одну сторону. Через какое время после старта скорость удаления бегунов станет максимальной? Постройте графики зависимости угла между спортсменами, отсчитанного от центра круга, и расстояния между ними по прямой от времени.

4.61. Двум машинам предстоит проехать с постоянными скоростями 60 кругов по кольцевой трассе протяженностью 3 км. Машины стартуют одновременно. На финиш более быстрая приходит раньше второй на 10 мин. Найдите скорость медленной машины, если известно, что более быстрая совершила первый обгон через 15 мин после старта.

4.62. Две материальные точки движутся по окружности радиусом $R = 100$ см. На графике, представленном на рисунке, приведены зависимости проекций угловых скоростей ω_x точек от времени их движения t. Определите, какое максимальное число раз могли встретиться точки за рассматриваемый интервал времени. Положительному значению проекции угловой скорости соответствует движение по часовой стрелке.

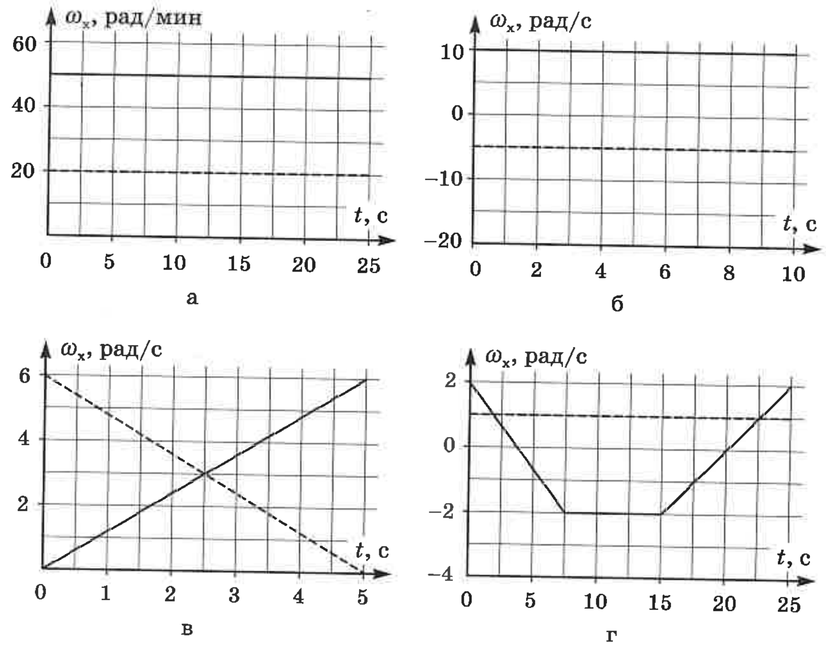


Рис. 4.62

4.63. Сколько раз за сутки встречаются секундная и минутная стрелки часов? Каким станет ответ, если часы начнут спешить и за сутки будут уходить вперед на 5 мин?

4.64. На часах 16:00. Через какое время после этого часовая и минутная стрелки часов встретятся в следующий раз?

4.65. На часах в некоторый момент времени угол между часовой и минутной стрелками составил $\varphi = 60^\circ$. Определите, через сколько минут угол между стрелками в следующий раз может снова оказаться равным φ?

4.66. Двигаясь по окружности в одном направлении, две материальные точки встречаются каждые 12 минут. При этом первая обходит всю окружности на 10 с быстрее, чем вторая. Определите период вращения второй точки.

4.67. Минутная стрелка часов в 2 раза длиннее часовой. В некоторый момент времени стрелки совпали. Через какое время после этого конец часовой стрелки будет удаляться от конца минутной с максимальной скоростью?

4.68. По окружности радиусом $R = 2$ м движутся две точки так, что законы их движения имеют вид $\varphi_1 = -2 + 2t$, $\varphi_2 = 3 - 4t$ (все коэффициенты выражены в СИ). Определите относительную скорость v точек в момент их встречи.

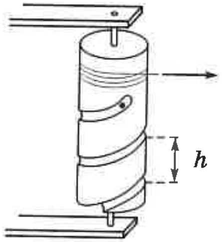
4.69. При посадке вертолет движется равномерно с вертикальной скоростью v. Определите, с какой скоростью движется точка лопасти вертолета, вращающаяся по окружности радиусом R с частотой n.

4.70. При посадке на авианосец, движущийся со скоростью u, вертолет опускается равномерно с вертикальной скоростью v относительно авианосца. Определите, с какой максимальной скоростью относительно земли движется точка лопасти вертолета, вращающаяся с периодом T. Длина лопасти равна R.

4.71. Горизонтальная платформа радиусом $R = 2$ м равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр, с частотой $n = 2{,}5$ об/ мин. По краю платформы идет человек со скоростью $v = 1$ м/с относительно платформы. Определите ускорение человека, если он идет: а) в направлении вращения; б) в противоположном направлении.

4.72. Мальчик вращает камень, привязанный к веревке длиной $l = 0{,}5$ м, в вертикальной плоскости с частотой $n = 3$ с$^{-1}$. На какую высоту относительно оси вращения взлетит камень, если веревка оборвется, когда скорость камня направлена вертикально вверх?

4.73. Цилиндр радиусом $R = 20$ см вращается вокруг оси, делая $n = 20$ оборотов в минуту. Вдоль его образующей ползет муравей с постоянной скоростью $v = 30$ см/с относительно поверхности цилиндра. Определите скорость и ускорение муравья в системе отсчета земли.



4.74. В вертикальном цилиндре сбоку прорезан винтовой желоб с шагом h. С каким ускорением надо тянуть в горизонтальном направлении нить, намотанную на цилиндр, чтобы шарик в желобе падал свободно с ускорением свободного падения g? Диаметр цилиндра d.

4.75. По вертикальной цилиндрической проволоке, скрученной в виде винтовой линии с шагом h, с постоянной скоростью v соскальзывает бусинка. Определите ускорение бусинки, если радиус витков проволоки равен R.

4.2. ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ

4.76. Три самолета выполняют разворот в горизонтальной плоскости, двигаясь по дугам окружностей, оставаясь на расстоянии $l = 100$ м друг от друга (см. рисунок). Ближний к центру виража самолет движется со скоростью $v_1 = 100$ м/с. Средний – движется с ускорением $a = 2{,}0$ м/с^2. Определите скорость и ускорение третьего самолета.

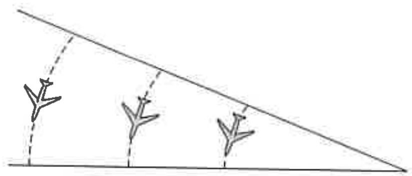
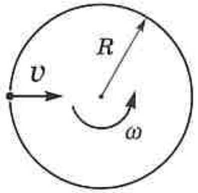


Рис. 4.76

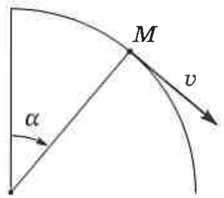
4.77. Маленький шарик влетает со скоростью v в малое отверстие в стенке полого цилиндра, вращающегося вокруг своей оси. Радиус R цилиндра много больше толщины его стенок. Скорость шарика направлена перпендикулярно оси цилиндра. Какой должна быть угловая скорость ω вращения цилиндра для того, чтобы шарик вылетел наружу, не испытав соударений? Влиянием гравитации можно пренебречь.



4.78. По ленте транспортера, движущейся со скоростью v, бежит жучок со скоростью $v/2$ относительно ленты. Траектория жучка в системе отсчета ленты представляет собой окружность радиусом R. Найдите минимальную и максимальную скорость жучка относительно неподвижной (земной) системы отсчета. На сколько смещается жучок в этой системе отсчета за время, пока его скорость возрастает от минимальной до максимальной? Какого максимального значения достигает в процессе движения угол между вектором скорости жучка в неподвижной системе отсчета и направлением движения ленты? Укажите точки окружности (траектории жучка на ленте), в которых у жучка в земной системе отсчета было только тангенциальное ускорение.

4.79. Школьник идет по краю равномерно вращающейся карусели. Если бы карусель не вращалась, центростремительное ускорение школьника было бы равно $a_1 = 0{,}5$ м/с^2. Если бы мальчик стоял неподвижно на вращающейся карусели, то он бы двигался с ускорением $a_2 = 2$ м/с^2. Найдите ускорение школьника, идущего по краю вращающейся карусели в направлении ее вращения.

4.80. Тело начинает двигаться по окружности из состояния покоя с равномерно возрастающей скоростью. Какую часть окружности пройдет тело к моменту, когда его центростремительное ускорение станет равно тангенциальному?



4.81. Материальная точка M движется по дуге окружности радиусом $R = 1{,}0$ м. Скорость точки изменяется по закону $v = v_0/\cos\alpha$, где $v_0 = 1{,}0$ м/с. Найдите модуль ускорения точки M в момент, когда угол $\alpha = 60^\circ$.

4.82. При движении точки по окружности радиусом R ее центростремительное ускорение зависит от пройденного пути по закону $a_ц = ks$, где k – известная постоянная. Определите зависимость скорости точки от времени, если вначале она была неподвижна.

4.83. * Из состояния покоя точка начинает движение по окружности радиусом R с постоянным по модулю ускорением a. Какой путь она пройдет к моменту достижения максимальной скорости?

4.84. Самолет, летящий горизонтально со скоростью v_0, начинает подниматься вверх, описывая окружность, лежащую в вертикальной плоскости. Скорость самолета изменяется с высотой h над начальным уровнем по закону: $v^2 = v_0^2 - 2a_0h$. В верхней точке траектории его скорость оказывается равной $v_0/2$. Определите ускорение a самолета в момент, когда он летит вертикально вверх.

4.85. За лисой, бегущей равномерно по прямой со скоростью v_1, гонится волк, скорость которого v_2 постоянна по величине и направлена все время на лису. Найдите ускорение волка в момент, когда скорости зверушек оказались взаимно перпендикулярными и до лисы оставалось расстояние L.

4.86. Два гоночных автомобиля стартуют одновременно из точки A на пересечении своих кольцевых автотрасс со скоростями $v_1 = 240$ км/ч и $v_2 = 330$ км/ч соответственно. Каждый автомобиль движется только по своему кольцу (см. рисунок). Длина каждой трассы 15 км. Через какое минимальное время автомобили вновь окажутся в одной точке? В какой точке (A или B) это произойдет?

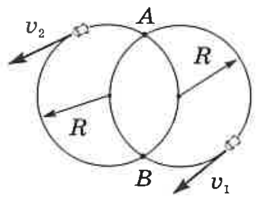


Рис. 4.86

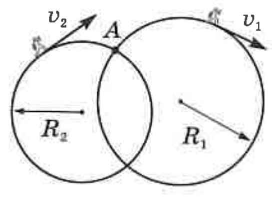


Рис. 4.87

4.87. В точке A две беговые дорожки, имеющие форму окружностей радиусов R_1 и R_2, пересекаются под прямым углом (см. рисунок). Отсюда по разным дорожкам стартуют два бегуна. Их скорости постоянны и таковы, что, пробежав по часовой стрелке свою дорожку, бегуны одновременно возвращаются в точку старта. На какое наибольшее расстояние l удаляются друг от друга спортсмены во время бега?

4.88. Самолеты летят навстречу вдоль одной прямой с одинаковыми скоростями v. Завидев друг друга на расстоянии l, пилоты начинают разворот по окружностям, оставаясь в горизонтальной плоскости и не изменяя величины скоростей. Найдите минимальное расстояние s между самолетами, если повороты выполняются с одинаковыми ускорениями a.

4.89. Самолеты летят навстречу друг другу вдоль одной прямой с одинаковыми скоростями v. Предельная дальность обнаружения l. Один самолет после обнаружения другого совершает разворот, не изменяя скорость по модулю, и летит параллельно второму самолету, который продолжает полет по прямой со скоростью v (см. рисунок). Потеряют ли самолеты друг друга из виду после разворота, если ускорение при развороте равно a? Спустя какое время τ после обнаружения надо начинать разворот, чтобы в конце разворота расстояние между самолетами оказалось наименьшим?

4.90. По условию заезда автомобиль должен проехать с постоянным ускорением прямой участок длиной L от линии старта A до параллельной линии C и после ее пересечения, развернувшись по дуге окружности на 180°, пересечь эту линию в обратном направлении (см. рисунок). Начальная скорость автомобиля равна нулю, а на закругленном участке постоянна и равна скорости, достигнутой при разгоне по прямой. Ускорение автомобиля во время всего движения не должно превышать a_0. Во сколько раз время t_1 движения автомобиля от A до завершения заезда при разгоне на участке AC с ускорением a_0 превышает минимально возможное время t_2 заезда?

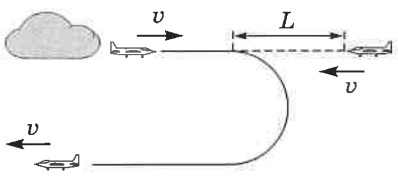


Рис. 4.89

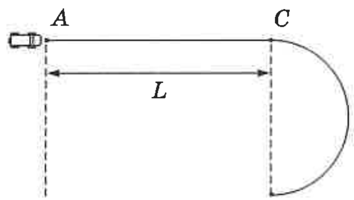
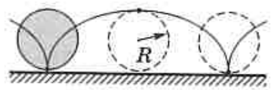


Рис. 4.90

4.91. Точка обода, катящегося без проскальзывания по плоскости колеса, движется вдоль кривой, которая называется циклоида. Найдите длину одной арки циклоиды, если радиус колеса равен R.



4.92. В некоторой планетной системе вокруг центральной звезды в одной плоскости и в одну сторону вращаются две планеты — Атлант и Кариатида. Период обращения Атланта меньше периода обращения Кариатиды. Между двумя моментами времени, когда Атлант и Кариатида находятся на одном и том же радиусе, проведенном к ним из центральной звезды, проходит минимальный интервал времени, равный 1,2 кариатидным годам. Сколько атлантских лет проходит между этими моментами?

4.93. 26 мая 1761 года М.В. Ломоносов наблюдал движение Венеры на фоне солнечного диска. Предполагая, что траектория Венеры пересекала солнечный диск по диаметру, найдите время, в течение которого Венера проецировалась на солнечный диск. Можно считать, что орбиты Земли и Венеры — круговые с отношением радиусов $x = R_З/R_В = 1{,}4$; Земля и Венера вращаются вокруг Солнца в одну сторону с отношением периодов $y = T_З/T_В = 1{,}6$. Угловой диаметр Солнца $\Delta\alpha = 0{,}01$ рад. Вращением Земли вокруг своей оси можно пренебречь.

4.94. Земной шар делает полный оборот вокруг своей оси за 23 ч 56 мин 04 с. Следовательно, за сутки все часы, циферблат которых разделен на 24 часа, должны отставать почти на 4 мин. Это составляет примерно полчаса в неделю. Почему же мы не замечаем этого отставания и непрерывно не подводим все часы?

4.95. Направление вращения Земли вокруг своей оси совпадает с направлением ее вращения вокруг Солнца. Каким было бы число дней N_2 в году, если бы Земля начала вращение вокруг Солнца в противоположном направлении? Можно считать, что сейчас год длится ровно $N_1 = 365$ дней.

4.96. Луна обращена к Земле постоянно одной стороной. Сколько оборотов она совершит вокруг своей оси за время полного оборота вокруг Земли?

4.97. На сколько в среднем звездные сутки короче солнечных? Земля обходит Солнце за 365,25 солнечных суток.

Примечание: звездные сутки – это период обращения небесного тела вокруг своей оси относительно удаленных звезд, которые можно считать неподвижной инерциальной системой отсчета.

4.98. Период обращения Меркурия вокруг Солнца составляет 88 земных суток, а вокруг своей оси 59 земных суток. Какова продолжительность дня и ночи на Меркурии?

4.99. Интервал времени между двумя последовательным затмениями спутника Юпитера Ио в течение года изменяется от минимального значения 42 ч 28 мин 21 с до максимального 42 ч 28 мин 51 с. Пользуясь этими данными, определите значение скорости света, считая, что Земля движется вокруг Солнца по круговой орбите радиусом 150 млн км. Радиус орбиты Юпитера гораздо больше радиуса орбиты Земли, а скорость движения Юпитера гораздо меньше скорости движения Земли.

ГЛАВА 5

КРИВОЛИНЕЙНОЕ РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Во всех задачах этого раздела сопротивлением воздуха можно пренебречь, удары взаимодействующих тел – упругие, тела можно считать материальными точками, ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с^2 (если явно не указано иное).

5.1. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

5.1. Камень бросили горизонтально со скоростью v_0. Запишите уравнение его траектории $y(x)$ в прямоугольной декартовой системе координат, выбрав за начало координат точку старта и направив ось x вдоль начальной скорости, а ось y вертикально вниз.

5.2. Камень бросили с балкона вниз под углом α к горизонту со скоростью v_0. Запишите уравнение его траектории $y(x)$ в прямоугольной декартовой системе координат, выбрав за начало координат точку старта и направив ось x горизонтально в сторону броска, а ось y вертикально вниз.

5.3. Тело движется в декартовой системе координат с постоянной скоростью 4 м/с вдоль оси x и равноускоренно вдоль оси y с ускорением 3 м/с^2. Проекция начальной скорость вдоль оси y равна нулю. Запишите уравнение траектории $y(x)$ тела. Чему будет равен радиус кривизны траектории через 4 с после начала движения?

5.4. Дальность полета тела, брошенного горизонтально со скоростью $v_0 = 5$ м/с, равна высоте, с которой его бросили. Чему равна эта высота, и под каким углом к горизонту тело упало на землю?

5.5. Найдите начальную скорость тела, брошенного под углом к горизонту, если время его полета равно 2 с, а максимальная высота подъема равна дальности полета.

5.6. Мяч перелетел через забор, находящийся на расстоянии s от точки броска, почти коснувшись его в верхней точке траектории, где скорость мяча оказалась равна 10 м/с. Найдите расстояние s, если высота забора над уровнем, с которого был брошен мяч, равна $h = 3{,}2$ м?

5.7. С какой скоростью v нужно бросить камушек с поверхности земли, чтобы перебросить забор высотой h, находящийся на расстоянии s? Камушек должен коснуться забора в верхней точке своей траектории. Постройте качественный график полученной зависимости $v(h)$. При какой высоте забора h_0 начальная скорость камня будет минимальной?

5.8. Под некоторым углом к горизонту со скоростью 60 м/с вылетает снаряд. Может ли он пролететь 200 м по горизонтали, не поднимаясь выше 30 м над точкой выстрела?

5.9. На земле стоит сферический резервуар радиусом R. При какой наименьшей скорости брошенный с земли камень может перелететь через резервуар, коснувшись его вершины?

5.10. Из лежащего на земле шланга бьет вода под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Площадь сечения отверстия шланга 2 см^2. Определите массу струи, находящейся в воздухе.

5.11. Тело, брошенное со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту, дважды проходит точки на высоте $h = 2{,}5$ м. На каком расстоянии друг от друга находятся эти точки?

5.12. Тело, брошенное с высоты 10 м, упало на землю через 2 с, сместившись по горизонтали на 3 м. Найдите модуль начальной скорости тела и угол к горизонту, под которым его бросили.

5.13. Камень бросили со скоростью $v_0 = 10$ м/с, а спустя $t = 0{,}5$ с его скорость стала равна $v = 7$ м/с. На какую максимальную высоту над точкой бросания поднимался камень?

5.14. Тело брошено под углом α к горизонту. При этом отношение максимальной высоты подъема к дальности полета $H/L = k$. Каким будет отношение H_1/L_1, если тело бросить под углом $\alpha_1 = 90° - \alpha$ к горизонту?

5.15. Тело бросили под некоторым углом к горизонту. Известно, что полет длился время τ, а максимальная скорость в процессе движения была больше минимальной в k раз. Определите дальность полета l.

5.16. Камень дважды бросили с земли с одинаковой начальной скоростью под разными углами к горизонту. Дальность полета оказалась одинаковой и равной сумме максимальных высот подъема камня. Под какими углами был брошен камень?

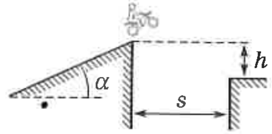
5.17. Камень бросают несколько раз под разными углами с горизонтальной поверхности, сообщая ему начальную скорость v_0. Постройте качественные графики зависимостей: а) дальности l полета камня от угла α наклона к горизонту вектора начальной скорости; б) максимальной высоты h подъема от времени t полета; в) дальности l полета от максимальной высоты h подъема.

5.18. Пушка находится на горе высотой $h = 1$ км. Определите горизонтальную дальность полета снарядов, вылетающих со скоростью $v = 700$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Снаряды падают там, где гора уже закончилась.

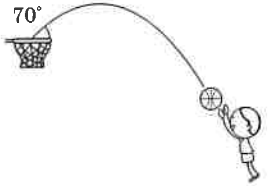
5.19. Девочка бросает с балкона мяч со скоростью v_0 под некоторым углом к горизонту. Спустя время t мяч падает на землю. Найдите модуль перемещения мяча. Балкон расположен на высоте h над землей.

5.20. Два баскетболиста бросили одновременно два мяча с высоты $h = 2{,}0$ м каждый, один под углом $\beta_1 = 30°$, а второй под углом $\beta_2 = 60°$ к горизонту. Найдите расстояние l между баскетболистами в момент броска, если известно, что брошенные мячи столкнулись в воздухе на высоте $H = 5{,}0$ м над уровнем пола через время $\tau = 1{,}0$ с после броска.

5.21. Мотоциклист въезжает на высокий берег рва шириной s. Какой должна быть минимальная скорость у мотоциклиста в момент отрыва от берега, чтобы он перескочил через ров, если угол наклона берега к горизонту равен α? Противоположная сторона рва ниже по вертикали на высоту h.



5.22. Из винтовки сделано два выстрела в горизонтальном направлении по мишени с расстояния $s = 100$ м. Скорость первой пули $v_1 = 320$ м/с, второй $v_2 = 350$ м/с. Определите расстояние между пробоинами в мишени.

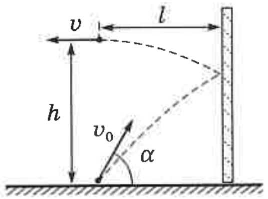


5.23. Определите, с какой скоростью нужно бросить мяч баскетболисту, чтобы со штрафной отметки попасть в корзину, если мяч должен подлететь к ней под углом 70° к горизонту. Расстояние от места броска до корзины по горизонтали равно 4,6 м. Высота, на которой корзина висит, составляет 3,1 м, а высота, с которой совершается бросок, равна 2,2 м.

5.24. Из отверстия шланга бьют две струи под углами α и β к горизонту с одинаковой начальной скоростью v_0. На каком расстоянии от отверстия по горизонтали они пересекаются?

5.25. С башни по всевозможным направлениям бросают камни с одинаковой начальной скоростью v_0. Оказывается, что минимальный угол с горизонтом, под которым камни подлетают к земле, равен φ. Определите высоту башни.

5.26. Мальчик ударил ногой по мячу, покоящемуся на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. В результате мяч полетел под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, затем упруго ударился о стену дома на высоте $H = 5$ м и упал на землю на то же место, где лежал изначально. Найдите скорость мяча сразу после удара. Найдите время t_0 полета мяча от момента удара о стену до падения на землю. На каком расстоянии от стены лежал мяч?



5.27. Под каким углом α к горизонту нужно бросить шарик, чтобы после отскока от вертикальной стены он достиг максимальной высоты полета над точкой броска? Дайте ответ, если известны: а) начальная скорость v_0 шарика и расстояние до стенки l; б) начальная скорость v_0 шарика и максимальная высота подъема h; в) максимальная высота подъема h шарика и расстояние до стенки l; г) скорости v_0 и v.

5.28. С балкона, находящегося на высоте 20 м, бросили вниз под некоторым углом к горизонту мяч со скоростью 20 м/с. Не долетев до земли, мяч отскочил от вертикальной стены соседнего дома и упал на землю непосредственно под балконом. Определите расстояние от балкона до стены соседнего дома, если весь полет мяча длился 1,4 с.

5.29. Какое расстояние l по горизонтали пролетит мяч, брошенный со скоростью $v = 10$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту, если в полете он отскакивает от потолка, находящегося на высоте $h = 3$ м (см. рисунок)?

5.30. Из центра цилиндрической комнаты под углом α к горизонту с некоторой скоростью бросают мячик. Через время τ после трех ударов о стенки и потолок он вновь оказывается в точке старта (см. рисунок). Определите начальную скорость мячика. Радиус комнаты равен R.

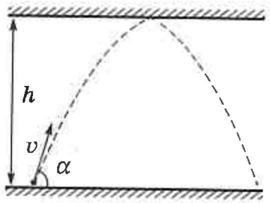


Рис. 5.29

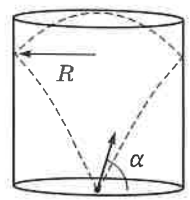
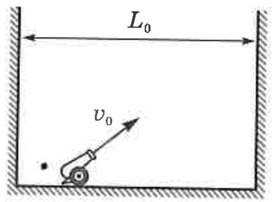


Рис. 5.30

5.31. По внутренней поверхности гладкого вертикального цилиндра радиусом R под углом φ к вертикали запускают шарик. Какую начальную скорость надо сообщить шарику, чтобы он вернулся в исходную точку?



5.32. Между двумя гладкими стенками на горизонтальной площадке установлена катапульта, стреляющая шариками, начальная скорость которых $v_0 = 12$ м/с. Какое максимальное число ударов о стены может совершить шарик перед тем, как упадет на площадку? Расстояние между стенками $L_0 = 1{,}1$ м. Положение катапульты и угол вылета можно изменять.

5.33. Гладкая поверхность с углом наклона α оканчивается рвом шириной $d = 24$ см и глубиной $H = 195$ см. По поверхности скользит маленький шарик (см. рисунок). На краю склона скорость шарика равна $v = 12$ м/с. Сколько раз шарик ударится о стенки, прежде чем окажется на дне рва? Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = 5/12$. Стенки рва вертикальные.

5.34. Небольшая пушка может сообщать снарядам скорость v_0 под углом α к горизонту. Определите, какой будет дальность и высота полета снарядов, выпущенных пушкой, движущейся горизонтально со скоростью v, как показано на рисунке.

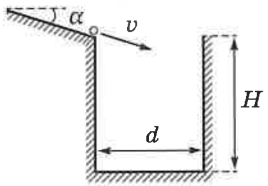


Рис. 5.33

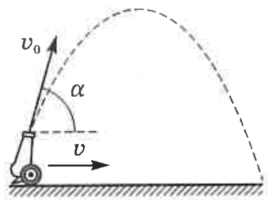


Рис. 5.34

5.35. Из игрушечной пушки делают выстрел, целясь в шарик, начинающий падать с высоты h, и попадают в него. Под каким углом α к горизонту установлен ствол пушки, если по горизонтали от нее до шарика расстояние L?

5.36. Охотники на привале развлекались стрельбой по брошенным вертикально вверх бутылкам. Как известно, из-за конечной скорости пули стрельбу по движущимся объектам ведут с некоторым упреждением, т.е. целятся не в сам объект, а несколько впереди него. Один из охотников был совсем неопытным и стрелял без упреждения (целился прямо в бутылку). И тем не менее он в нее попал. С какой скоростью была брошена вверх бутылка, если расстояние от стрелка до охотника, бросавшего ее вверх, равно 30 м, а выстрел был произведен под углом 30° к горизонту?

5.37. Два тела находились на одинаковой высоте на расстоянии 20 м друг от друга. В некоторый момент одно из тел отпустили, а второе бросили под углом 30° к прямой, соединяющей их вначале. До какого минимального расстояния сближались тела во время своего полета?

5.38. Тело A бросают вертикально вверх со скоростью $v_A = 20$ м/с. На какой высоте H находилось тело B, которое, будучи брошенным одновременно с телом A в горизонтальном направлении со скоростью $v_B = 10$ м/с, столкнулось с ним в полете? Расстояние по горизонтали между начальными положениями тел равно $L = 2$ м.

5.39. Снежки A и B бросают одновременно со скоростями $v_1 = 6$ м/с вверх под углом α ($\cos\alpha = 4/5$) к горизонту и v_2 вертикально вниз (см. рисунок). Точки старта находятся друг от друга по горизонтали на расстоянии s, а по вертикали – на $3s$. Через некоторое время снежки сталкиваются. Найдите v_2.

5.40. С балкона одновременно бросили два тела: одно вертикально вверх с начальной скоростью v_0, второе – горизонтально со скоростью $2v_0$. Найдите расстояние между телами, когда первое поднялось на максимальную высоту, а второе еще не упало на землю.

5.41. Два тела брошены одновременно с равными по модулю начальными скоростями v_0 под углами α_1 и α_2 к горизонту (см. рисунок). Каким будет расстояние между телами через время τ после броска? *) Если углы α_1 и α_2 неизвестны, найдите при каком минимальном значении скорости v_0 камни будут иметь скорости v_1 и v_2 в момент, когда расстояние между ними окажется равным s?

5.42. Из точек A и B, находящихся на одной горизонтальной прямой одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с. Один из камней полетел по навесной траектории, а другой – по настильной, и каждый из них упал в точку старта другого. Известно, что угол броска α из точки A составил 75° (см. рисунок). Через какое время после бросания расстояние между камнями было минимальным? Чему равно это расстояние? Укажите на рисунке положение камней в этот момент.

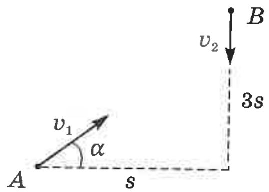


Рис. 5.39

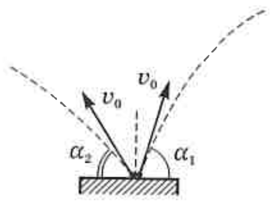


Рис. 5.41

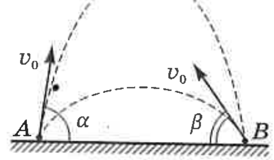
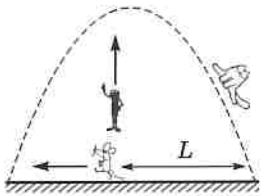


Рис. 5.42

5.43. Камень дважды бросают под разными углами с одинаковой начальной скоростью с поверхности земли. При этом оба раза дальность полета оказывается одинаковой, но времена полета отличаются в $\sqrt{3}$ раз. Под какими углами бросали камень?

5.44. Тело дважды бросили с одной и той же начальной скоростью под разными углами к горизонту. Дальность полета в обоих случаях составила 30 м, а время полета при первом броске равно 3 с. Чему равно время полета при втором броске?

5.45. С вертолета, летящего горизонтально на высоте 500 м со скоростью 54 км/ч, бросают (без начальной скорости относительно вертолета) посылку на катер, движущийся навстречу со скоростью 18 км/ч. На каком расстоянии по горизонтали от катера надо сбросить посылку, чтобы она попала на катер? С какой скоростью посылка упадет на катер?



5.46. Мышка и лягушка сидят рядом на расстоянии $L = 2$ м от кошки. Мышь начинает убегать, двигаясь равномерно по прямой, а лягушка прыгает вертикально с начальной скоростью $u = 4$ м/с. Кошка решив поймать их обоих за раз, моментально совершает прыжок и в результате ловит лягушку на лету, а мышку – при приземлении. Известно, что мышь была поймана через 0,8 с после прыжка. Модуль начальной скорости кошки равен 5 м/с. Найдите скорость мышки и синус угла, под которым прыгнула кошка. Всех животных можно считать материальными точками, движущимися в одной плоскости. Пойманная лягушка не влияет на траекторию кошки.

5.47. Тело брошено горизонтально со скоростью 10 м/с. Определите величину и направление скорости тела через 1 с после начала полета. Найдите перемещение тела за 2 с полета.

5.48. Мячик бросили со скоростью v_0 под некоторым углом к горизонту. В полете он находился время τ. Чему равна дальность полета мячика, если точки бросания и приземления на одной высоте?

5.49. Тело бросили под углом α к горизонту со скоростью v_0. До падения оно летело время τ. Чему равна дальность полета?

5.50. Камень бросили, сообщив ему скорость $v_0 = 25$ м/с. Через время τ он достиг максимальной высоты, удалившись по горизонтали на расстояние $l = 30$ м от места броска. Найдите время τ.

5.51. Мяч, брошенный одним игроком другому под углом к горизонту со скоростью $v_0 = 20$ м/с, достиг высшей точки траектории через 1 с. На каком расстоянии друг от друга находились игроки?

5.52. Начальная скорость тела, брошенного под углом к горизонту 10 м/с, а спустя 0,8 с его скорость стала равна 6 м/с. На какую максимальную высоту над начальным уровнем поднимется тело?

5.53. Скорость шарика, брошенного под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, за $\tau = 1$ с уменьшилась в два раза. Найдите, на какое расстояние он удалился от точки бросания за это время.

5.54. Камень бросают под углом 60° к горизонту со скоростью 5 м/с. Через какое время угол между вектором его скорости и начальным направлением броска составит 90°?

5.55. Камень бросают под углом 60° к горизонту со скоростью 10 м/с. Через какое время угол между вектором его скорости и горизонтом составит 30°?

5.56. Камень бросили с обрыва под углом α к горизонту со скоростью 10 м/с. Сколько времени летел камень, если его конечная скорость 20 м/с направлена под углом $90^\circ - \alpha$ к горизонту?

5.57. Камень бросили с крутого берега реки вверх под углом 30° к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. С какой скоростью он упал в воду, если полет длился время $t = 2$ с?

5.58. Под каким углом к горизонту виден из точки старта камень, брошенный горизонтально со скоростью v, через время t полета?

5.59. Под каким углом к горизонту через время t виден из точки старта камень, брошенный со скоростью v_0 под углом α к горизонту?

5.60. Под каким углом α к горизонту подлетел к земле камень, брошенный горизонтально, если точка его падения видна с места броска под углом β к горизонту?

5.61. Под каким углом α к горизонту был брошен камень, если оказалось, что верхняя точка его траектории видна с места броска под углом β к горизонту?

5.62. Через время τ скорость тела, брошенного под некоторым углом к горизонту, оказалась перпендикулярна начальной скорости. Найдите перемещение тела за это время.

5.63. Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Через какое время вектор перемещения тела окажется перпендикулярен вектору его скорости?

5.64. Мяч бросают в баскетбольное кольцо. Чтобы попасть в цель при броске под углом $\alpha_1 = 30^\circ$ к горизонту, мячу сообщают скорость v, а при броске под углом $\alpha_2 = 60^\circ$ – скорость $v/2$. На какой высоте h над точкой броска расположено кольцо? Под каким углом β к горизонту наклонен отрезок, соединяющий точку броска и кольцо?

5.65. В прямоугольной коробке, ударяясь о дно и стенку, по одной траектории туда и обратно прыгает шарик (см. рисунок). Промежуток времени между ударами равен τ. Дно коробки образует угол α с горизонтом. Найдите скорости шарика сразу после ударов.

5.66. Заряд фейерверка распадается на два осколка, разлетающихся горизонтально в противоположные стороны со скоростями $v_1 = 8$ м/с и $v_2 = 18$ м/с. Найдите расстояние между осколками в тот момент, когда их скорости взаимно перпендикулярны.

5.67. Пушка находится на горе с углом наклона α к горизонту. На каком расстоянии s от пушки будут падать снаряды, выпущенные в горизонтальном направлении с начальной скоростью v_0 (см. рисунок)?

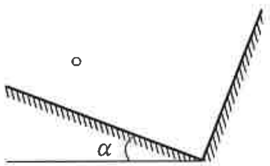


Рис. 5.65

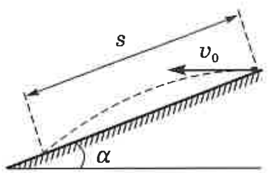


Рис. 5.67

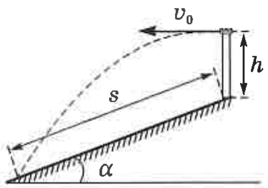


Рис. 5.68

5.68. На каком расстоянии s от подножья башни высотой h, находящейся на склоне, составляющем угол α с горизонтом (см. рисунок), упадет снаряд, выпущенный горизонтально со скоростью v_0?

5.69. Пушка расположена на склоне горы с углом наклона к горизонту $\beta = 30^\circ$. Под каким углом α к горизонту надо направить ее ствол, чтобы снаряды находились в полете как можно дольше?

5.70. В результате взрыва гранаты, лежавшей на наклоненной под углом α ($\cos\alpha = 7/8$) к горизонту поверхности, во все стороны с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 14$ м/с разлетелось множество осколков. Через какое время после взрыва на поверхность упадет последний осколок? На каком расстоянии от места взрыва он упадет?

5.71. Пушка расположена на склоне горы с углом наклона к горизонту $\beta = 45^\circ$. Под каким углом α к горизонту надо направить ее ствол, чтобы снаряды достигали склона в верхней точке своей траектории?

5.72. Пушка расположена на склоне горы с углом наклона к горизонту $\beta = 30^\circ$. Под каким углом α к горизонту надо направить ее ствол, чтобы снаряды во время полета удалялись от склона на максимальное расстояние?

5.73. Пушка расположена на склоне горы с углом наклона к горизонту β. Под каким углом α к горизонту надо направить ее ствол, чтобы снаряды, выпущенные вверх по склону со скоростью v_0, находились в полете время τ?

5.74. Пушка расположена на склоне горы с углом наклона к горизонту β. Под каким углом α к горизонту надо направить ее ствол, чтобы снаряды, выпущенные с начальной скоростью v_0, пролетали расстояние L: а) вниз; б) вверх по склону?

5.75. Мяч брошен параллельно наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Через какое время мяч упадет на плоскость, если известно, что перед ударом его скорость направлена горизонтально и равна v?

5.76. Камень бросили вверх вдоль склона горы, составляющего угол α с горизонтом. Перед ударом о склон скорость камня оказалась равна v и направлена горизонтально (см. рисунок). С какой скоростью v_0 был брошен камень, и через какое время τ он удалился от склона на максимальное расстояние? Какое расстояние l пролетел камень вдоль склона?

5.77. Наклонная плоскость образует угол α с горизонтом. С ее вершины в горизонтальном направлении бросают камень (см. рисунок). Найдите угол β между вектором максимальной скорости камня и горизонтом.

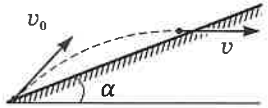


Рис. 5.76

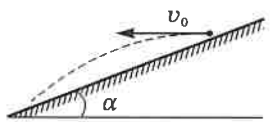


Рис. 5.77

5.78. С вершины горы под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту бросают камень (см. рисунок). Определите начальную скорость камня, если он упал на расстоянии $l = 20$ м от точки бросания. Угол наклона горы к горизонту тоже равен 30°.

5.79. Из миномета ведут стрельбу по объектам на склоне горы (см. рисунок). На каком расстоянии от миномета будут падать мины, если их начальная скорость v_0, угол наклона горы α, а угол стрельбы по отношению к горизонту β? Чему равно время полета мин?

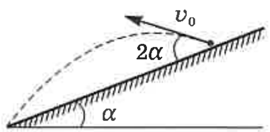


Рис. 5.78

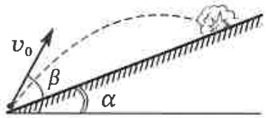


Рис. 5.79

5.80. Мяч брошен с поверхности горы со скоростью $v_0 = 10$ м/с в направлении перпендикулярном ее склону. Через какое время τ и на каком расстоянии s_1 от точки старта мяч упадет первый раз, если склон составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом? На каком расстоянии s_2 от точки старта мяч ударится о склон второй раз?

5.81. На плоскость, угол наклона которой с горизонтом равен $\alpha = 45^\circ$, без начальной скорости падает шарик. С какой высоты H нужно отпустить шарик, чтобы после первого отскока он упал за пределами плоскости, если ее высота в точке падения шарика равна h (см. рисунок)?

5.82. Шарик падает вертикально на плоскость, наклоненную под углом 30° к горизонту, и, отскочив, второй раз попадает на нее на расстоянии 20 см от места первого удара. Найдите скорость шарика в момент первого удара о плоскость.

5.83. Шарик падает без начальной скорости с высоты h на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом (см. рисунок). Найдите отношение расстояний между точками, в которых шарик касается наклонной плоскости. Как соотносятся времена полета шарика между ударами? *) Траектория полета шарика – это набор участков парабол. Определите, на какой линии лежат фокусы этих парабол, и найдите параметры этой линии.

5.84. На наклонную плоскость длиной 10 м, составляющую с горизонтом угол 30°, с высоты 1 м без начальной скорости падает мяч. Сколько раз мяч ударится о наклонную плоскость, прежде чем соскочит с нее? Под каким углом к вертикали мяч отскочит от плоскости после второго удара?

5.85. На вершине длинного склона, составляющего угол α с горизонтом, стоит вертикальный сосуд, заполненный водой до уровня высотой H, как показано на рисунке. На какой высоте h от дна сосуда в его стенке надо проделать отверстие, чтобы струя падала на склон как можно дальше от сосуда? Скорость вытекания воды из отверстия может быть рассчитана по формуле $v = \sqrt{2gl}$, где l – высота уровня воды над отверстием.

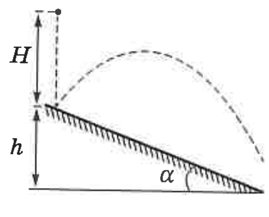


Рис. 5.81

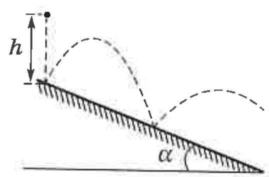


Рис. 5.83

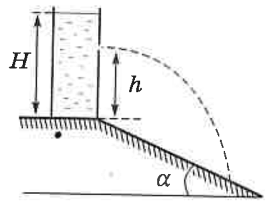
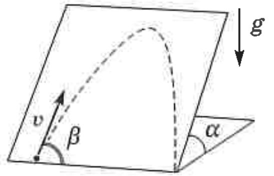


Рис. 5.85

5.86. Массивная плита, составляющая угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, движется вниз с постоянной скоростью $v = 4$ м/с. Над плитой на нити неподвижно относительно земли висит мячик. В момент, когда расстояние по вертикали между мячиком и плитой равно $h = 1$ м, нить обрывается. Через какое время после этого мячик догонит плиту? На какое максимальное расстояние от плиты удалится мячик после отскока? Через какое время после первого удара мячик догонит плиту во второй раз?



5.87. Маленький шарик запустили со скоростью v вдоль гладкой плоскости, составляющей угол α с горизонтом под углом β к ее основанию. Через какое время он вернется на исходную высоту и на каком расстоянии от точки старта это произойдет?

5.88. В какой момент времени движения тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью $v = 20$ м/с, его касательное ускорение равно нормальному?

5.89. Мяч брошен горизонтально со скоростью $v_0 = 10$ м/с с высоты $h = 4{,}0$ м. Чему равно отношение нормального и тангенциального ускорения мяча перед падением?

5.90. Постройте качественный график зависимости радиуса кривизны R траектории от времени полета t для тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью v_0.

5.91. Камень бросают в горизонтальном направлении со скоростью $v = 20$ м/с. На какой высоте находится точка траектории, в которой ее радиус кривизны в восемь раз больше радиуса кривизны в верхней точке.

5.92. Тело брошено с обрыва высотой h с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найдите радиусы кривизны траектории тела в ее начальной и высшей точке. Определите величины нормального и тангенциального ускорения спустя время τ после начала движения.

5.93. Найдите радиус кривизны траектории тела, брошенного со скоростью v под углом α к горизонту, через время t после броска.

5.94. Под каким углом α к горизонту надо бросить шарик, чтобы центр кривизны верхней части траектории шарика находился на уровне точки бросания?

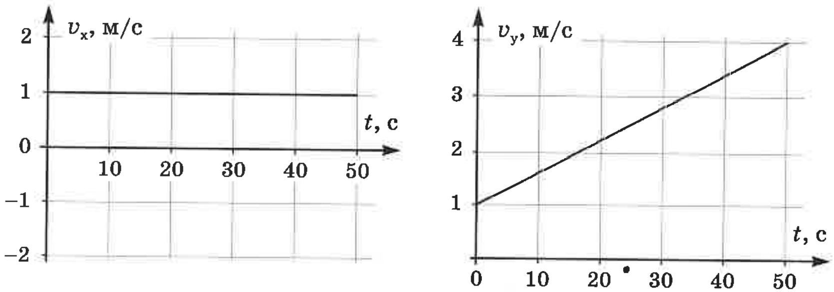
5.95. Камень брошен со скоростью $v_0 = 17$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. С какой угловой скоростью поворачивается вектор скорости камня через $t = 1$ с после броска?

5.96. Кусочек сахара брошен со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Вслед за сахаром по той же траектории летит пчела со скоростью v_0. Найдите ускорение пчелы в верхней точке траектории.

5.97. Кусочек сахара брошен под углом к горизонту. В точке A скорость кусочка была равна v_0 и направлена под углом α к горизонту. Вслед за сахаром точно по той же траектории летит пчела с постоянной по модулю скоростью v_0. Найдите ускорение пчелы в точке A.

5.98. Кусочек сахара брошен под углом к горизонту. В точке A скорость кусочка была равна v и направлена под углом α к горизонту. Вслед за сахаром точно по той же траектории летит пчела со скоростью, вертикальная проекция которой постоянна и равна v. Найдите ускорение пчелы в точке A.

5.99. Тело движется по плоскости. На рисунке приведены зависимости от времени проекций его скорости на оси x и y декартовой системы координат. Постройте график зависимости модуля скорости тела от времени. Найдите модуль его перемещения и пройденный путь за 50 с движения. Нарисуйте траекторию движения тела.



а

Рис. 5.99

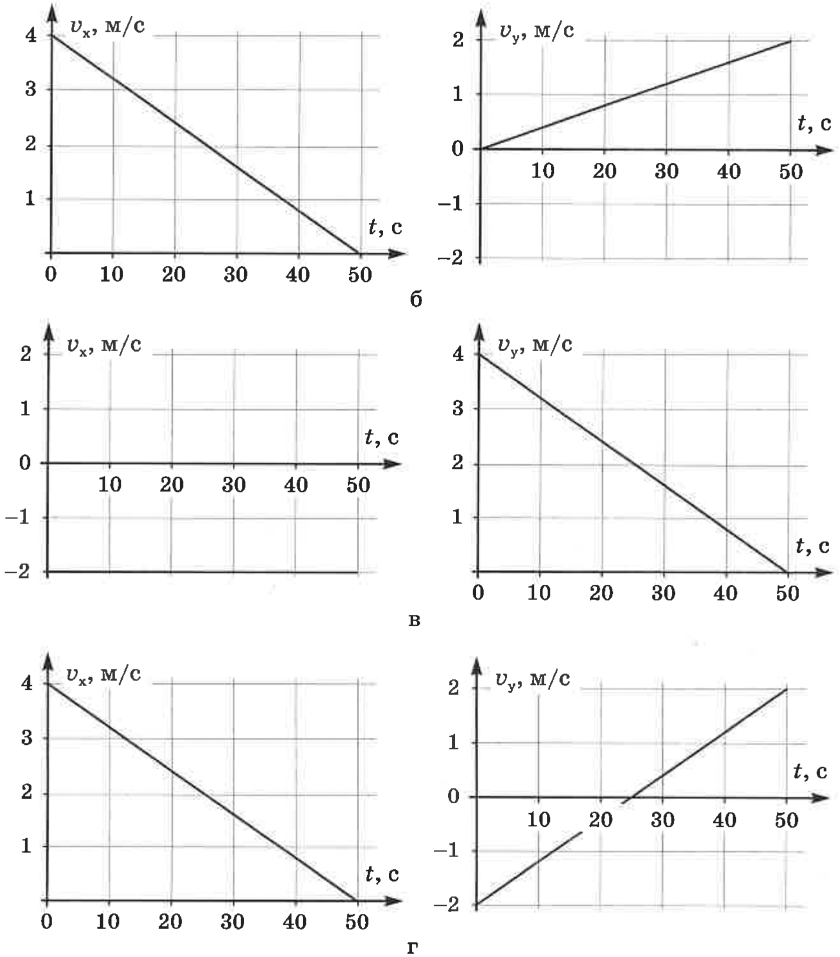


Рис. 5.99 (продолжение)

5.2. ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ

5.100. В цилиндрический сосуд налита вода до уровня H. На высоте $h_1 = H/3$ от дна в стенке сосуда проделано маленькое отверстие (см. рисунок). На какой высоте h_2 от дна надо проделать еще одно отверстие, чтобы обе струи попадали в одну точку? На какой высоте от дна сосуда в боковой стенке необходимо сделать отверстие, чтобы горизонтальная дальность полета струи стала максимальной? Скорость вытекания воды из отверстия может быть рассчитана по формуле $v = \sqrt{2gh}$, где h – высота уровня воды над отверстием.

5.101. С какой минимальной скоростью нужно бросить камень, чтобы он попал в цель, находящуюся на расстоянии 100 м в одной горизонтальной плоскости с точкой бросания? Полет при этом не должен продолжаться больше 5 с, а высота подъема не должна превышать 20 м.

5.102. С какой минимальной скоростью v_0 надо бросить с земли камешек, чтобы он пролетел через горизонтальную трубу, не коснувшись ее? Длина трубы L, диаметр d. Нижний край трубы расположен на высоте H над землей (см. рисунок).

5.103. На горизонтальном полу установлены два шеста высотой H с небольшими кольцами наверху. Расстояние между кольцами равно d (см. рисунок), а их плоскости перпендикулярны линии, соединяющей вершины шестов. С уровня пола небольшая пушка запускает шарики под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с фиксированной скоростью v_0 ($v_0^2 > 4gH$). При каком минимальном $d \neq 0$ можно выполнить бросок, при котором шарик пролетит сквозь оба кольца? Удар шарика о пол абсолютно упругий. Отдельно рассмотрите случай $gH << v_0^2$.

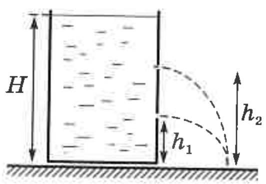


Рис. 5.100

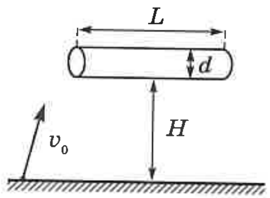


Рис. 5.102

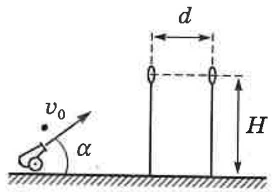


Рис. 5.103

5.104. Шарик прыгает по длинной гладкой лестнице, отскакивая по одному разу от каждой ее ступеньки (см. рисунок), теряя при ударах по 50% энергии. С какой скоростью v и под каким углом φ к вертикали шарик двигался вначале? Ступенька лестницы имеет размеры: $h = 10$ см, $l = 20$ см.

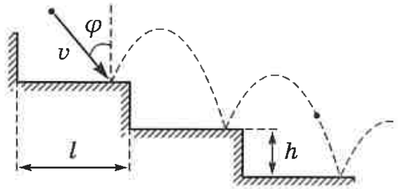


Рис. 5.104

5.105. На одном из островов Бермудского треугольника ускорение свободного падения равно g, но отклонено на юг на угол α с вертикалью. На каком расстоянии от туземца упадет стрела, выпущенная им вертикально вверх с начальной скоростью v_0? В каком направлении следует выпустить стрелу для того, чтобы она вернулась обратно?

5.106. На одной планете камушек, брошенный со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, через $\tau = 2$ с полета движется со скоростью, направленной под углом $\beta = 30^\circ$ к горизонту. Определите, на какую высоту h над точкой бросания поднялся камушек за это время.

5.107. Скорость камня, брошенного с горизонтальной плоскости под углом к горизонту, через время $\tau = 0{,}5$ с после броска составила $\alpha = 80\%$ от начальной, а еще через τ соответственно $\beta = 70\%$. Найдите продолжительность T полета камня. На каком расстоянии s от места броска камень упал?

5.108. Под каким углом α к горизонту нужно бросить камень, чтобы при движении он все время удалялся от бросающего?

5.109. Камушек бросают под углом 75° к горизонту. В результате он некоторое время удалялся от точки броска, затем в течение 2 с приближался, а затем снова удалялся. С какой скоростью был брошен камень?

5.110. С высоты $H = 10$ м без начальной скорости отпускают камень. В тот же момент из точки, находящейся прямо под камнем, по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью начинает удирать заяц. При какой минимальной скорости зайца расстояние между ним и камнем в процессе их движения не будет уменьшаться?

5.111. Пушка стреляет из-под навеса, наклоненного под углом α к горизонту. Орудие находится в точке A (см. рисунок) на расстоянии l от основания навеса (точка B). Начальная скорость снаряда равна v_0. Считая, что траектория снаряда лежит в плоскости рисунка, определите максимальную дальность L полета.

5.112. Яблоко бросают с ровной горизонтальной поверхности земли под углом α к ней, сообщив ему скорость v. Солнечные лучи падают на поверхность земли под углом β (см. рисунок). Какой путь пройдет тень от яблока к моменту его падения? Считайте, что $\beta \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$.

5.113. Пучок света от фонаря образует узкий прямой круговой конус с углом раствора 2α и осью параллельной земле (см. рисунок). Из точки, где находится фонарь, бросают с одной и той же по модулю скоростью маленькие шарики так, что их траектории лежат в вертикальной плоскости, содержащей ось конуса. Первый шарик, брошенный вдоль оси конуса, был виден в течение времени $\tau = 2$ с. В течение какого времени τ_1 будет виден шарик, запущенный вверх под углом α к горизонту? Через какое время τ_2 с момента начала движения этот шарик пересечет ось конуса? Чему равен модуль скорости v, с которой запускаются шарики?

Примечание: для малых углов, выраженных в радианах, можно считать справедливыми приближенные равенства: $\sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha = \alpha$.

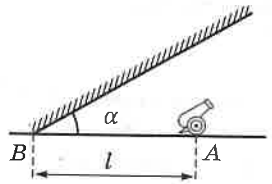


Рис. 5.111

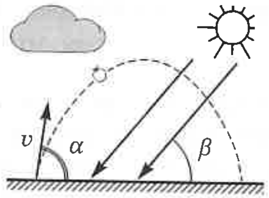


Рис. 5.112

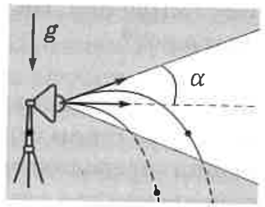


Рис. 5.113

5.114. Кот Леопольд, находясь на крыше дома, два раза выстрелил с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях камушками из рогатки. Перед падением на землю скорости камушков оказались направлены перпендикулярно друг другу. Определите высоту h дома, если известно, что суммарное время полета камушков $t_0 = 3$ с, а времена их движения отличаются в два раза. С какой скоростью v были выпущены камушки из рогатки?

5.115. Кот Леопольд стоял у края крыши сарая. Два мышонка выстрелили в него из рогатки. Камушек, описав дугу, через $t_1 = 1{,}2$ с упруго ударился о вертикальную стену сарая у самых лап кота и через $t_2 = 1{,}0$ с упал на землю (см. рисунок). На какой высоте находился кот Леопольд?

5.116. Кот Леопольд сидел у края крыши. Два мышонка выстрелили в него из рогатки. Камушек, описав дугу, упал у ног кота (см. рисунок) через время $\tau = 1$ с. На каком расстоянии s от мышей находился кот Леопольд, если известно, что векторы скоростей камня в момент выстрела и в момент падения были взаимно перпендикулярны?

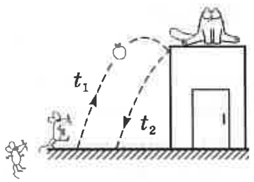


Рис. 5.115

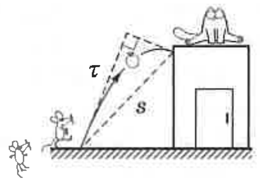


Рис. 5.116

5.117. Кот Леопольд стоял у края крыши сарая (см. рисунок). Два мышонка выстрелили в него из рогатки. Однако камень, описав дугу, через $t_1 = 1{,}2$ с упруго отразился от наклонного ската крыши сарая у самых лап кота и через $t_2 = 1{,}0$ с попал в лапу, стрелявшего мышонка. На каком расстоянии s по прямой от мышей находился кот?

5.118. Кот Леопольд сидел на самом краю крыши сарая. Два мышонка стали стрелять в него из рогатки, но кот, заметив это, решил отстреливаться. Камни из рогаток мышат и кота вылетели одновременно и столкнулись в середине отрезка AB (см. рисунок). Найдите высоту H сарая и отношение пути, пройденного камнем

кота, к пути, пройденному камнем мышат, если известно, что отрезок AB составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с горизонтом, скорость камня, вылетевшего из рогатки мышат, $v_0 = 7$ м/с, а кот выстрелил горизонтально.

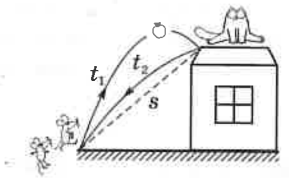


Рис. 5.117

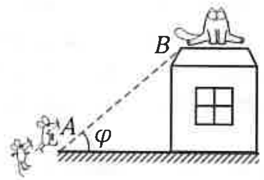


Рис. 5.118

5.119. Небольшую петарду подвесили на нити на высоте H над горизонтальной поверхностью. В результате взрыва она распалась на два осколка, которые полетели в противоположные стороны с одинаковыми начальными скоростями v_0, направленными вдоль одной прямой. Каким наибольшим может оказаться расстояние L между осколками после их падения? С места падения осколки не смещаются.

5.120. Облетая грозовую тучу, самолет, летящий на восток со скоростью $v_0 = 134$ м/с, сделал несколько маневров. Сначала он в течение некоторого времени τ летел с ускорением a, направленным на юг, в результате чего его скорость v_0 выросла до $v_1 = 2v_0$. Затем в течение времени τ он летел с таким же ускорением a, направленным на восток. И наконец на третьем участке пути в течение времени τ он летел с ускорением $2a$, направленным на север. Какой стала скорость самолета, и под каким углом γ к исходному курсу (на восток) она оказалась направлена после завершения маневрирования?

5.121. Облетая грозовые тучи, самолет, летящий на восток, сделал два маневра. Сначала он в течение времени $\tau = 90$ с двигался с некоторым (неизвестным, но постоянным) ускорением a, направленным на юг, в результате чего его скорость выросла в 2 раза. Затем, не изменяя величины скорости и высоты полета, он в течение минимально возможного времени τ_1 летел с постоянным ускорением a, направленным перпендикулярно скорости полета, пока вновь не повернул на восток. Как долго самолет выполнял второй маневр?

5.122. Снаряд вылетел со скоростью $v_1 = 39$ м/с и через время $\tau = 4{,}2$ с упал на землю со скоростью $v_2 = 45$ м/с. Определите минимальную $v_{\min}$ и максимальную $v_{\max}$ скорости снаряда за время его полета. Выводить общую формулу для $v_{\min}$ и $v_{\max}$ не требуется.

5.123. Из пушки делают две серии выстрелов, с углом наклона ствола 30° и 40° к горизонту. В какой серии снаряды будут попадать более кучно, если разброс вызван неточным прицеливанием, а не разбросом начальных скоростей?

5.124. Мелкокалиберную винтовку закрепили на стенде так, что ее ствол оказался горизонтальным (см. рисунок). После этого из винтовки начали стрелять в мишень, находящуюся от нее на расстоянии $L = 50$ м. Из-за небольшого разброса Δv скоростей пуль они попадают в мишень на разной высоте, причем максимальное отклонение высоты их попадания в мишень от ее среднего значения составляет $\Delta h = 17$ мм. Определите максимальное отклонение Δv скоростей пуль от ее среднего значения $v_0 = 350$ м/с.

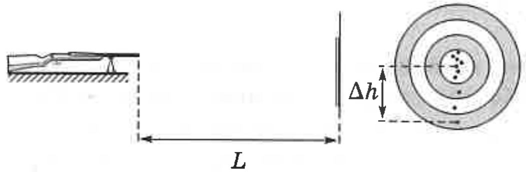


Рис. 5.124

5.125. С какой скоростью v_0 и под каким углом α к горизонту было брошено тело, если в первую ($\tau = 1$ с) секунду движения его скорость уменьшилась в 2 раза, а в последующую секунду она уменьшилась еще в 2 раза?

5.126. Со скалы, возвышающейся над морем, бросили камень под углом α к горизонту. Найдите время полета камня, если известно, что перед падением в воду его скорость оказалась равна v и направлена под углом β к горизонту.

5.127. На острове Буян с крутого обрыва туристы бросили бутылку, сообщив ей скорость $v_0 = 10$ м/с. Найдите время полета бутылки, если известно, что она упала в море с вдвое большей скоростью, а угол между ее начальной и конечной скоростями составил $\alpha = 40^\circ$.

5.128. Со скалы, возвышающейся над морем на высоту $h = 15$ м, бросили камень со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Найдите время полета камня, если известно, что непосредственно перед падением в воду его скорость была направлена под углом 120° к направлению начальной скорости.

5.129. Тело бросают с высоты $h = 4$ м вверх под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту так, что к поверхности земли оно подлетает под углом $\beta = 60^\circ$. Определите, на какое расстояние смещается тело по горизонтали?

5.130. К вертикальной стене через равные интервалы прикреплены баскетбольные кольца, пронумерованные от 0 до 9. Стремясь попасть в одно из колец, школьник бросил мяч из точки A точно по направлению кольца с номером 0 (см. рисунок). В некоторый момент полета мяч находился в точке B. В какое из колец он в итоге попал?

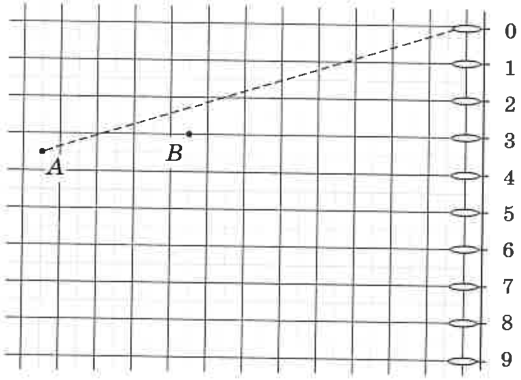
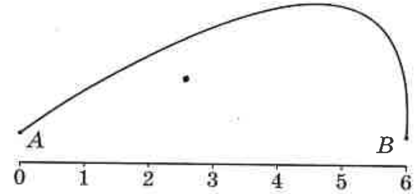


Рис. 5.130

5.131. Материальная точка движется с постоянным ускорением. В точке A ее скорость равна $v_A = 5$ м/с. Построением с помощью циркуля и линейки с делениями определите направление вектора ускорения этой материальной точки и вычислите его модуль. Найдите скорость v_B в точке B. Длина шкалы под графиком соответствует 6 м.



5.132. На рисунке показана часть траектории яблока, брошенного под углом к горизонту. Известно, что в точке A скорость яблока была равна 20 м/с. Сколько времени летело яблоко от точки A до точки B?

5.133. На обрывке стробоскопической фотографии (см. рисунок) запечатлены три последовательных положения (A, B и C) шарика, движущегося в поле тяжести Земли. Объяснив последовательность действий, найдите построением с помощью циркуля и линейки без делений следующее положение (D) шарика. Вспышки лампы происходят через равные промежутки времени. Как сориентирована фотография относительно вертикали – неизвестно.

5.134. Два мяча брошены одновременно из точки S с одинаковой по модулю начальной скоростью v_0. Векторы начальных скоростей мячей лежат в одной вертикальной плоскости. Через некоторое время находящиеся в полете мячи сфотографировали. Они оказались в точках A и B (см. рисунок). Плоскость фотографии совпадает с плоскостью полета. Считая известным горизонтальный масштаб сетки фотографии, найдите значение v_0.

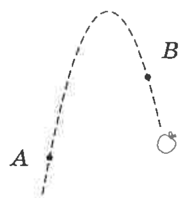


Рис. 5.132

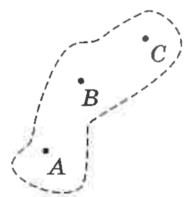


Рис. 5.133

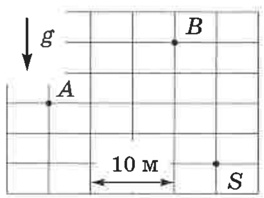


Рис. 5.134

5.135. Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести с равными по модулю скоростями v_0, лежащими в одной вертикальной плоскости. Скорость одной частицы направлена под углом α к горизонту, а другой – под углом 2α. Через какое время t после начала движения векторы скоростей частиц станут сонаправленными?

5.136. Из одной точки на краю пропасти одновременно бросили два камня (см. рисунок). Полет камней проходил в одной вертикальной плоскости, а векторы их начальных скоростей образовывали с горизонтом углы $\alpha_1 = 45^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$ соответственно. В треу-

гольнике, построенном на векторах начальных скоростей камней, угол $\beta = 75^\circ$. На фотографии, сделанной через время τ после броска, изображения камней видны как две параллельные черточки. Вычислите начальную скорость v_1 одного из камней.

5.137. Два тела бросили одновременно из одной точки над землей с одинаковыми начальными скоростями. Векторы начальных скоростей тел лежат в одной вертикальной плоскости и составляют равные углы с горизонтом (см. рисунок). Тела упали на землю с интервалом в 2 с на расстоянии 20 м друг от друга. Найдите угол β между векторами начальных скоростей.

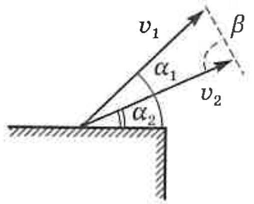


Рис. 5.136

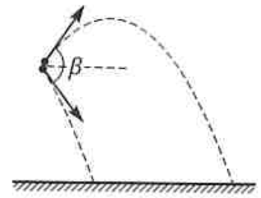
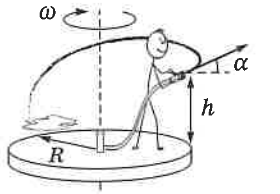


Рис. 5.137

5.138. Игрушечная катапульта может стрелять сразу двумя шариками, выпуская их с одинаковыми по модулю начальными скоростями v_0, но направленными под разными углами к горизонту. Угол, под которым запускается один из шариков, можно задавать произвольно. Конструкция катапульты такова, что после выстрела с горизонтальной плоскости оба шарика попадают в одну и ту же точку этой плоскости. После большого числа испытаний выяснилось, что максимальное из возможных расстояний между шариками за то время, пока они оба находились в воздухе, достигало значения $L_{max} = 19$ м. Определите начальную скорость шариков. Высотой катапульты можно пренебречь.

5.139. Два орудия, установленные на горизонтальном участке лунной поверхности на расстоянии $L = 3{,}5$ км, одновременно стреляют друг по другу. Снаряды вылетают с одинаковыми скоростями и попадают точно в цель. Минимальное расстояние между снарядами во время их полета оказалось равным $s = 500$ м. Найдите скорость вылета снарядов. Ускорение свободного падения на Луне равно $g = 1{,}7$ м/с^2.

5.140. Шарик на веревочке вращается с периодом T по окружности радиусом R вокруг вертикальной оси, оставаясь в горизонтальной плоскости на высоте h от земли. На каком расстоянии от оси шарик упадет на землю, если веревочка оборвется?



5.141. На расстоянии $R = 2$ м от оси вращающейся с угловой скоростью $\omega = 0{,}2$ рад/с карусели стоит мальчик, удерживающий в руках шланг, из которого в радиальном направлении от центра под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту бьет струя воды с массовым расходом $\mu = 2$ кг/мин (см. рисунок). Внутреннее сечение шланга $S = 1$ см^2. Какая масса воды находится в воздухе, если конец шланга поднят над землей на высоту $h = 2$ м?

5.142. Маленький шарик прыгает в сферической лунке, ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали (см. рисунок). Промежуток времени между ударами равен T. Скорость шарика в момент удара v_0. Определите радиус лунки.

5.143. Маленький шарик прыгает в сферической лунке, упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали (см. рисунок). Промежуток времени между ударами при движении шарика слева направо равен T_1, а при движении справа налево T_2. Определите радиус R лунки.

5.144. Внутри сферы радиусом R прыгает шарик, упруго отражаясь от ее стенок в точках, находящихся на одной горизонтали (см. рисунок). Промежутки времени между ударами при движении шарика в каждом направлении всегда одинаковы, но не обязательно равны друг другу. Найдите зависимость периода T движения шарика от его скорости v в момент ударов.

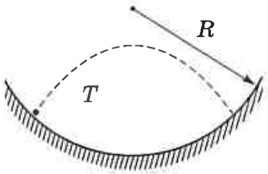


Рис. 5.142

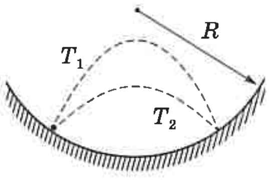


Рис. 5.143

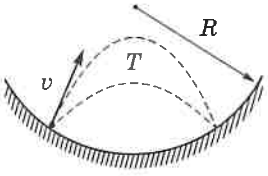


Рис. 5.144

5.145. Небольшой шарик скачет внутри гладкой сферы радиусом R, упруго отражаясь от симметричных точек A и B (см. рисунок). Найдите минимальную скорость v шарика в процессе движения, если его траектория проходит через центр сферы O? Найдите радиус r кривизны траектории шарика в верхней точке.

5.146. Найдите (укажите координаты) внутри горизонтально расположенной трубы радиусом R (см. рисунок) хотя бы одну точку C, не лежащую на вертикальном диаметре AB, со следующим свойством: небольшой шарик, отпущенный из точки C без начальной скорости, возвращается в точку C после трех упругих ударов о стенку трубы. Определите время t, за которое это произойдет.

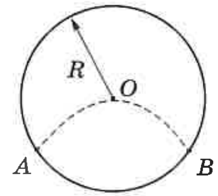


Рис. 5.145

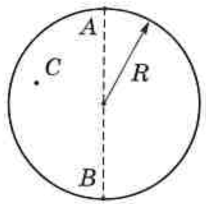


Рис. 5.146

5.147. Диск радиусом r, вращающийся с угловой скоростью ω, бросают со скоростью v под углом α к горизонту. Плоскость диска во время движения остается вертикальной. Найдите радиус кривизны траектории самой верхней точки диска в тот момент, когда он достигнет максимальной высоты своего подъема.

5.148. Шарик падает без начальной скорости с высоты h на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом и стыкующуюся с аналогичной плоскостью (см. рисунок). Через какое время после начала движения шарик может вернуться в исходную точку, совершив N ударов о плоскости?

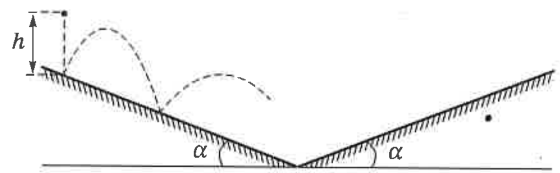


Рис. 5.148

5.149. Из одной точки на склоне горы, составляющей угол α с горизонтом, одновременно бросают два камня с одинаковой начальной скоростью v_0. Обратно на склон камни падают так же одновременно, причем, один из них попадает в точку броска другого. На каком максимальном удалении от своей точки броска может находиться точка падения на склон другого камня? Сделайте схематичный рисунок, иллюстрирующий возможный характер движения камней.

5.150. Летящий в горизонтальном направлении шарик сталкивается с плоскостью с углом наклона α (см. рисунок) и после нескольких отскоков возвращается в точку первого удара. На какую максимальную высоту над этой точкой поднимался шарик в ходе своего движения? Сколько раз шарик ударился о наклонную плоскость прежде чем вернулся в начальную точку?

5.151. Шарик налетает под углом γ на гладкую плоскость с углом наклона α и, несколько раз ударившись о нее, возвращается в точку первого удара. Сколько раз ударился шарик о наклонную плоскость прежде чем оказался в начальной точке?

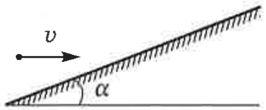


Рис. 5.150

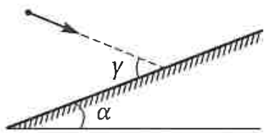


Рис. 5.151

5.152. К краю лестницы со множеством ступенек длиной $l = 40$ см и высотой $h = 15$ см со скоростью $v = 10$ м/с подъезжает небольшая шайба (см. рисунок). Найдите номер ступеньки, на которую упадет шайба.

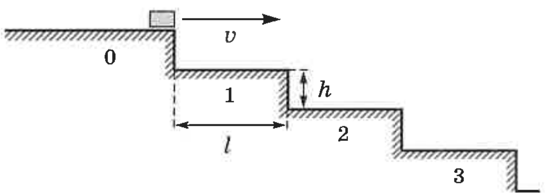


Рис. 5.152

5.153. Шарик свободно падает без начальной скорости с высоты H на наклонную поверхность, угол наклона которой к горизонту равен α. Через какое время шарик ударится о стенку, расположенную перпендикулярно наклонной поверхности? Стенка находится на расстоянии L от первой точки удара шарика об эту поверхность (см. рисунок).

5.154. В трубу длиной l и небольшим диаметром, наклоненную под углом α к горизонту, влетает шарик с горизонтальной скоростью v (см. рисунок). Определите время пребывания шарика в трубе, если удары шарика о ее стенки упругие.

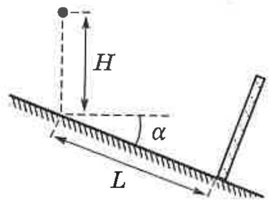


Рис. 5.153

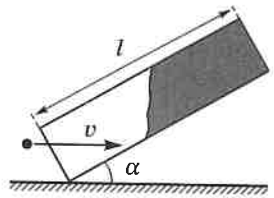


Рис. 5.154

5.155. Маленький шарик запустили вскользь по гладкой плоскости, составляющей угол α с горизонтом под углом β к ее основанию. Длина плоскости L, а сверху и снизу она ограничена бортиками, расстояние между которыми d (см. рисунок). Через какое время шарик покинет плоскость?

5.156. Миномет установлен на расстояние $L = 8000$ м от вертикального обрыва высотой $H = 105$ м (см. рисунок). Как близко к основанию обрыва смогут «подобраться» мины, если их начальная скорость равна $v_0 = 300$ м/с?

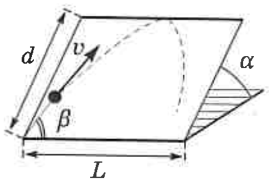


Рис. 5.155

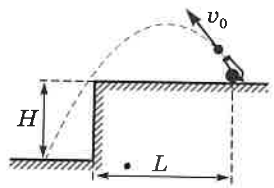


Рис. 5.156

5.157. При осаде древней крепости осажденные вели стрельбу по наступающему противнику с помощью катапульт из-за крепостной стены высотой $h = 20{,}4$ м. Начальная скорость снарядов $v_0 = 25$ м/с. На каком максимальном расстоянии L от стены находились цели, которых могли достигать снаряды катапульт? Сравните это расстояние с максимальной дальностью L_0 полета снаряда катапульты.

5.158. Мячик отпускают без начальной скорости с высоты $H = 1$ м над полом. На пути мячика закреплена пластинка, от которой он отскакивает. Какая скорость будет у мячика в момент удара о пол? Как нужно расположить пластинку, чтобы мячик ударился о пол как можно дальше от начальной точки? Чему равно это максимальное расстояние?

5.159. Солдат умеет бросать гранату со скоростью $u = 10$ м/с. Между выдергиванием чеки и взрывом проходит время $\tau = 2$ с. После взрыва осколки разлетаются во все стороны со скоростью $v = 100$ м/с. Под каким углом нужно бросать гранату, чтобы хотя бы один осколок улетел на возможно большее расстояние? Высота с которой осуществляется бросок равна $h = 1{,}8$ м.

5.160. С какой минимальной скоростью v_0 и под каким углом α к горизонту необходимо бросить камень с поверхности земли, чтобы он смог перелететь через тонкую стенку высотой h? Точка бросания камня находится на расстоянии L от стены.

5.161. С какой минимальной скоростью v_0 под углом α необходимо бросить камень с поверхности земли, чтобы он смог перелететь через тонкую стенку высотой h? На какое расстояние L надо для этого отойти от стены?

5.162. С какой минимальной скоростью v_0 необходимо бросить камень с поверхности земли, под углом α, чтобы он смог перелететь через тонкую стенку высотой h? Точка бросания камня находится на расстоянии L от стены.

5.163. Между целью и минометом, находящимся на одной горизонтали, расположена стена высотой h. Расстояние от миномета до стены равно b, а от стены до цели a. Определите минимальную величину v начальной скорости мины. Под каким углом α при этом следует стрелять?

5.164. Определите с какой минимальной скоростью нужно бросать мяч баскетболисту, чтобы попасть в корзину со штрафной отметки. Мяч должен подлетать к корзине под углом не менее 70° к горизонту (см. рисунок). Расстояние от места броска до корзины по горизонтали равно 4,6 м, высота, на которой висит корзина, – 3,1 м, а высота, с которой совершается бросок, – 2,2 м.

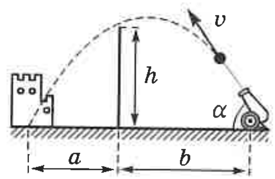


Рис. 5.163

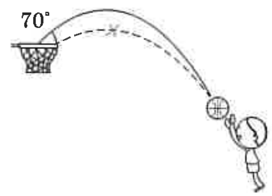


Рис. 5.164

5.165. С какой минимальной скоростью v_0 надо бросить камушек, чтобы перебросить его через дом высотой H и шириной l (см. рисунок)? Под каким углом к горизонту надо делать бросок?

5.166. При какой минимальной начальной скорости v_0 можно перебросить камень через дом с ровной покатой крышей (см. рисунок)? Высоты передней и задней стен равны H и h соответственно. Ширина дома по горизонтали равна l.

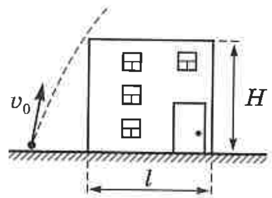


Рис. 5.165

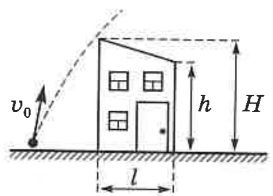
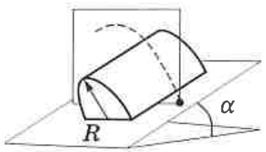


Рис. 5.166

5.167. С какой минимальной скоростью надо бросить камушек, чтобы перебросить его через полуцилиндр радиусом R? В полете камушек не должен касаться полуцилиндра.

5.168. С какой минимальной скоростью надо бросить камушек, чтобы перебросить его через трубу радиусом R? В полете камушек не должен касаться трубы.

5.169. На горизонтальной поверхности стоит полый конус с углом раствора α и высотой H. Из центра основания конуса в произвольном направлении запускается небольшой шарик. При каком минимальном значении начальной скорости v_0 шарик может коснуться внутренней поверхности конуса до падения на горизонтальную поверхность?



5.170. * С какой минимальной скоростью надо бросить камешек, чтобы он перелетел через полуцилиндр радиусом R, не касаясь его, если бросок происходит в вертикальной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с поперечным сечением полуцилиндра?

5.171. Под каким углом к горизонту нужно бросить камень, сообщив ему скорость $v = 25$ м/с, чтобы он упал как можно дальше за вертикальным забором высотой $h = 10$ м, находящимся на ровной горизонтальной поверхности земли на расстоянии $L = 30$ м от точки броска?

5.172. С какой минимальной начальной скоростью нужно бросить камень с наклонной поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом, чтобы он перелетел через вертикальный забор высотой $h = 7$ м, не касаясь его? С какого расстояния l от забора по склону следует сделать бросок?

5.173. С какой минимальной начальной скоростью нужно бросить камень с поверхности горы, составляющей угол 30° с горизонтом, чтобы он перелетел через забор, не касаясь его? Высота забора равна $h = 7$ м, и он установлен перпендикулярно поверхности горы (см. рисунок). С какого расстояния l от забора и под каким углом к склону следует делать бросок?

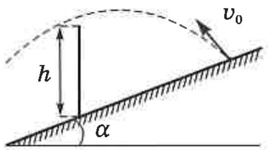


Рис. 5.172

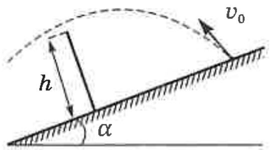


Рис. 5.173

5.174. ** С какой минимальной скоростью нужно бросить камень с поверхности горы, наклоненной под углом 30° к горизонту (см. рисунок), чтобы он перелетел через забор высотой $h = 7$ м, установленный перпендикулярно поверхности, не касаясь его? Место броска можно выбирать произвольно, но оно находится ниже по склону чем забор.

5.175. В прямоугольной коробке сидит кузнечик, который умеет прыгать со скоростью $v_0 = 3$ м/с под любым углом к горизонту (см. рисунок). На какой минимальный угол α к горизонту нужно наклонить коробку, чтобы кузнечик смог из нее выпрыгнуть? Каждая грань коробки является квадратом со стороной $h = 52$ см.

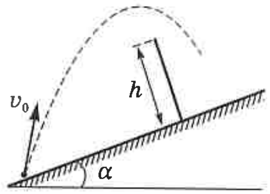


Рис. 5.174

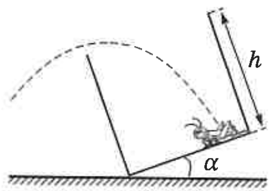


Рис. 5.175

5.176. * В прямоугольной коробке сидит кузнечик, который умеет прыгать со скоростью $v_0 = 3$ м/с под любым углом к горизонту (см. рисунок). На какой минимальный угол α к горизонту нужно наклонить коробку, чтобы кузнечик смог из нее выпрыгнуть? Каждая грань коробки является квадратом со стороной $h = 70$ см.

5.177. С какой минимальной начальной скоростью нужно бросить камень с поверхности горы, составляющей угол 30° с горизонтом (см. рисунок), чтобы перебросить его через находящийся на этой горе полуцилиндр радиусом R?

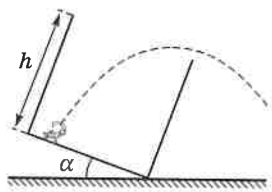


Рис. 5.176

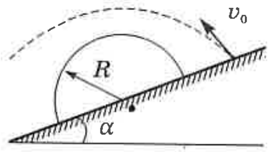


Рис. 5.177

5.178. На вершине сферического купола радиусом R сидит кузнечик. С какой минимальной скоростью v_0 и под каким углом α к горизонту он должен прыгнуть, чтобы во время полета не задеть поверхность купола?

5.179. Под каким углом α к горизонту должен быть брошен с вершины сферы камень, если известно, что он пролетел рядом с точкой P ее поверхности? Радиус, проведенный к этой точке, образует угол β с вертикалью (см. рисунок).

5.180. С какой минимальной скоростью надо бросить камешек, чтобы перекинуть его через гору, любое вертикальное сечение которой ограничивается параболой $y = ax^2$ (см. рисунок)? Высота горы равна h.

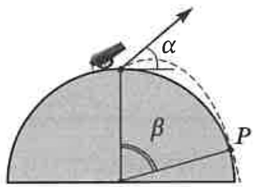


Рис. 5.179

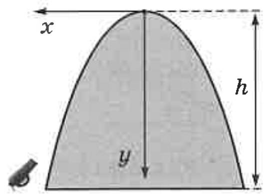


Рис. 5.180

5.181. Пушка стоит на верху горы, любое вертикальное сечение которой ограничивается параболой $y = ax^2$ (см. рисунок). При какой минимальной начальной скорости снаряда, выпущенного под углом α к горизонту, он никогда не упадет на поверхность горы?

5.182. Ньютон предсказал, что если выстрелить с вершины горы из огромной пушки так, чтобы снаряд вылетел со скоростью $v_0 = 7{,}9$ км/с в горизонтальном направлении, то он полетит по круговой орбите вокруг Земли. На какое расстояние x удалится снаряд от круговой орбиты за $t_1 = 5$ с, если сразу после выстрела его скорость окажется равной $v_1 = 8{,}1$ км/с?

5.183. Из точки A в разных направлениях кидают шарик с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 14$ м/с. На какой максимальной высоте h над точкой B, удаленной от точки A на расстояние $l = 10$ м по горизонтали, может оказаться шарик (см. рисунок)?

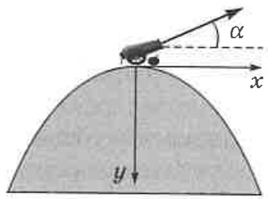


Рис. 5.181

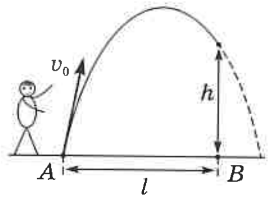


Рис. 5.183

5.184. Телега катится по мокрой дороге со скоростью v_0. На какую максимальную высоту над дорогой поднимаются капли воды, отрывающиеся от колес, радиус которых R?

5.185. Мокрое колесо радиусом R равномерно вращается в вертикальной плоскости вокруг неподвижной оси. С обода срываются капли с начальной скоростью v_0 (см. рисунок). Найдите границу сухой области (зависимость вертикальной координаты y от горизонтальной координаты x).

5.186. Колесо радиусом R равномерно катится по горизонтальной поверхности (см. рисунок). От точки A колеса отрывается капелька воды. С какой скоростью v движется колесо, если капелька, побывав в воздухе, снова опустилась на то же самое место колеса?

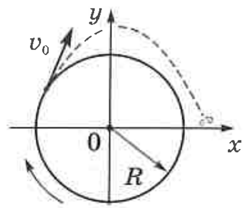


Рис. 5.185

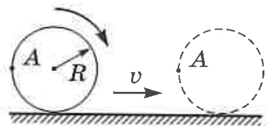


Рис. 5.186

5.187. Камень бросают с башни под углом, обеспечивающим максимальную дальность его полета. Начальная скорость камня $v_0 = 3$ м/с, конечная $v = 4$ м/с. Найдите время полета камня.

5.188. Под каким углом к горизонту надо бросить камень с башни высотой h, чтобы горизонтальная дальность его полета оказалась максимальной? Начальная скорость камня равна v_0.

5.189. Под каким углом к горизонту нужно бросить камень с башни высотой h, чтобы с минимально возможной начальной скоростью попасть в точку, удаленную на расстояние s от основания башни?

5.190. Камень брошен с башни так, что дальность его полета максимальна. Найдите время полета камня, если точка падения камня отстоит от точки бросания на расстояние $L = 80$ м.

5.191. С какой минимальной скоростью нужно бросить тело с башни высотой h, чтобы оно упало на расстоянии s от ее подножья? Сколько времени будет длиться полет?

5.192. Камень бросают с горы, имеющей угол наклона α к горизонту. Под каким углом β к поверхности горы надо совершить бросок, чтобы дальность полета камня была максимальной?

5.193. Из одной точки на горе со склоном, составляющем угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, бросают с одинаковой начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с два камня. Один под некоторым углом вверх, а другой – под гору вниз. На каком максимальном расстоянии друг от друга могут находиться точки падения камней на склон?

5.194. На рисунке была изображена траектория полета шарика, брошенного с башни под углом, обеспечивающим максимальную дальность его полета. От времени чернила выцвели и от траектории сохранились только точка старта и точка падения. С помощью циркуля и линейки постройте направление начальной скорости шарика и найдите верхнюю точку его траектории.

5.195. С какой минимальной скоростью надо бросить вертикально вверх камушек, чтобы он перелетел через тонкую стенку высотой h, находящуюся в момент броска на расстоянии s и движущуюся навстречу камушку со скоростью v (см. рисунок)?

Рис. 5.194

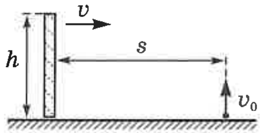


Рис. 5.195

5.196. Определите, с какой минимальной скоростью v_0 надо бросить вертикально вверх камушек, чтобы во время полета он перелетел через стенку высотой h и толщиной d, не коснувшись ее. В момент броска стенка находится на расстоянии s от камушка и движется по горизонтальной поверхности в его сторону со скоростью v (см. рисунок)?

5.197. С какой минимальной скоростью надо бросить под углом α к горизонту камушек, чтобы он перелетел через тонкую стенку высотой h (не коснувшись ее), находящуюся в момент броска на расстоянии s и движущуюся навстречу камушку со скоростью v (см. рисунок)?

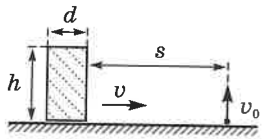


Рис. 5.196

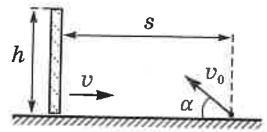


Рис. 5.197

5.198. Небольшая пушка может стрелять, сообщая снарядам скорость v_0 под углом α к горизонту. В момент выстрела на расстоянии s от пушки находится тонкая стенка высотой h (см. рисунок). С какой скоростью v должна двигаться пушка в направлении стенки, чтобы выпущенный из нее снаряд перелетел через стенку, не коснувшись ее?

5.199. Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту, упруго ударяется о гладкую массивную вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с постоянной скоростью v. Известно, что после удара шарик возвращается в точку, из которой его бросили. Через какое время после начала движения шарика произошло его столкновение со стенкой?

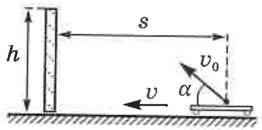


Рис. 5.198

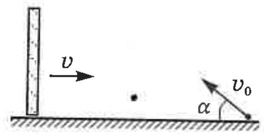
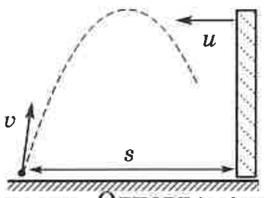


Рис. 5.199

5.200. В системе отсчета танка снаряды из его орудия вылетают со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Башня танка может поворачиваться в горизонтальной плоскости на 360°. Выведите зависимость дальности l полета снаряда от угла φ между горизонтальной проекцией его скорости в системе отсчета танка и вектором скорости v самого танка, движущегося поступательно.



5.201. В баллистической лаборатории при проведении эксперимента по изучению упругого отражения от движущихся препятствий производился выстрел маленьким шариком из небольшой катапульты, установленной на горизонтальной поверхности. Одновременно из точки, в которую по расчетам должен был падать шарик, с постоянной скоростью начинала движение навстречу массивная вертикальная стенка (см. рисунок). После упругого отражения от стенки шарик падал на некотором расстоянии от катапульты. Затем эксперимент повторяли, изменяя только скорость движения стенки. Оказалось, что в двух экспериментах удар шарика о стенку произошел на одной и той же высоте h. Определите эту высоту, если известно, что время полета шарика до отражения в первом случае составило $t_1 = 1$ с, а во втором $t_2 = 2$ с. На какую максимальную высоту H поднимался шарик за весь полет? Чему равна начальная скорость v шарика, если расстояние между местами его падения на горизонтальную поверхность в первом и втором экспериментах составило $L = 9$ м? Определите скорости равномерного движения стенки u_1 и u_2 в этих экспериментах и начальное расстояние s между стенкой и катапультой.

Примечание. В системе отсчета, связанной со стенкой, модули скорости шарика до и после столкновения одинаковы, а угол отражения шарика равен углу падения.

5.202. По горизонтальной поверхности с постоянной скоростью едет тележка, верхняя плоскость которой наклонена к горизонту под углом $\alpha = 15°$. На нее с высоты $H = 15$ м без начальной скорости падает шарик (см. рисунок). При какой скорости v тележки шарик после столкновения с ней упадет в ту же точку плоскости? Будет ли в последующие разы шарик попадать в ту же точку? Высотой тележки можно пренебречь.

5.203. Массивная горка с углом α при основании движется с постоянной скоростью v по горизонтальной поверхности (см. рисунок). С вершины горки соскальзывает без трения небольшое тело. В результате ударов о стенку у основания горки тело повторяет свое движение вверх-вниз. Нарисуйте траекторию тела относительно земли и найдите ее радиус кривизны в верхней точке.

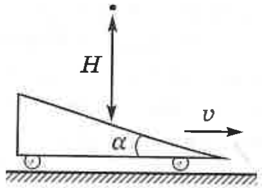


Рис. 5.202

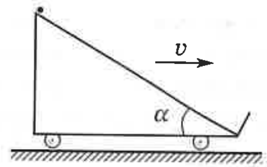


Рис. 5.203

5.204. У марсохода есть небольшая пушка, которая может стрелять снарядом с постоянной начальной скоростью под любыми углами к горизонту. Если марсоход неподвижен, то максимальная дальность полета оказывается 100 м. Какая максимальная дальность будет у снаряда, выпущенного из этой пушки по ходу движения марсохода, идущего горизонтально со скоростью 20 м/с? Ускорение свободного падения на Марсе равно 4 м/с^2. Высотой марсохода можно пренебречь.

5.205. По прямому участку железнодорожного пути с постоянной скоростью движется платформа с расположенным на ней орудием, ствол которого направлен вертикально вверх. Орудие стреляет, и, одновременно с этим платформа начинает тормозить с постоянным ускорением a. К моменту, когда снаряд касается земли, скорость платформы уменьшается вдвое. Найдите расстояние от точки выстрела до точки падения снаряда, если его начальная скорость относительно орудия равна v_0.

5.206. По горизонтальной поверхности с постоянной скоростью движется тележка с пушкой, ствол которой направлен вертикально вверх. Пушка стреляет, и, одновременно с этим тележка начинает тормозить с постоянным ускорением a. К моменту возвращения снаряда к земле тележка останавливается. Найдите минимальную скорость снаряда относительно тележки во время полета, если его начальная скорость в системе отсчета тележки была равна v_0.

5.207. Когда один камень начал падать с высоты H, другой бросили с поверхности земли из точки, удаленной от траектории первого на такое же расстояние H (см. рисунок). При какой скорости v камень, брошенный с земли, перед столкновением с камнем, падающим вертикально, будет иметь наименьшую скорость?

5.208. Два тела бросили одновременно из одной точки с одинаковыми скоростями, равными v_0. Одно из них бросили вертикально вверх, а другое – под некоторым углом α к горизонту. Каким должен быть этот угол, чтобы расстояние между телами достигало максимально возможного значения? Чему равно это расстояние? При падении на землю скорость тела гасится мгновенно.

5.209. Птица летит горизонтально на высоте H с постоянной скоростью u. Плохой мальчик замечает птицу в момент, когда она находится в точности над его головой, и сразу же стреляет из рогатки (см. рисунок). Какой должна быть скорость u птицы, чтобы мальчик никак не смог попасть в нее? Максимальная начальная скорость камня равна v.

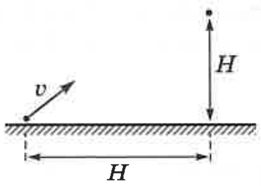


Рис. 5.207

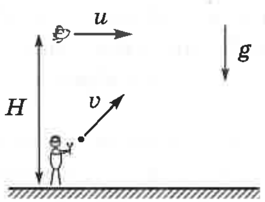


Рис. 5.209

5.210. Вдогонку снаряду, выпущенному горизонтально с горы высотой $h = 1$ км со скоростью $v_0 = 500$ м/с, через время $\tau = 1$ с выпущен второй снаряд. Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить второму снаряду и под каким углом к горизонту его надо выпустить, чтобы он догнал первый снаряд?

5.211. Лягушка, сидящая на ленте движущегося под углом 45° эскалатора, заметила впереди комара, зависшего на высоте h над лентой эскалатора (см. рисунок). С какой минимальной скоростью относительно ленты должна прыгнуть лягушка, чтобы съесть комара? Каково при этом должно быть расстояние от точки прыжка до комара, если скорость ленты $v = \sqrt{2gh}$?

5.212. Стоя на движущемся вниз эскалаторе, мальчик подбросил, как ему показалось вертикально вверх, монетку и через промежуток времени $\tau = 1$ с поймал ее. Скорость эскалатора $v = 2$ м/с, а угол его наклона к горизонту $\alpha = 30°$. На какое максимальное расстояние от мальчика удалялась монетка? Какой была скорость монетки в этот момент времени относительно земли? Какое время монетка поднималась вверх в системе отсчета земли?

5.213. Поступив в Физтех Лицей, Лёша в качестве подарка получил электронные часы в форме яблока, способные показывать время с точностью до сотых долей секунды. Стоя на эскалаторе, движущимся вниз, он подкинул яблоко вверх и заметил, что в верхней точке траектории (с точки зрения мальчика) часы показали 11 : 32 : 45 : 81 (см. рисунок). Между тем, его одноклассница Настя, поднимавшаяся в это время вверх на соседнем эскалаторе, заметила, что в верхней точке (с ее точки зрения) часы показали 11 : 32 : 45 : 74. Определите по этим данным скорость u движения эскалаторов, если известно, что они движутся с одинаковой скоростью и наклонены под углом $\alpha = 30°$ к горизонту.

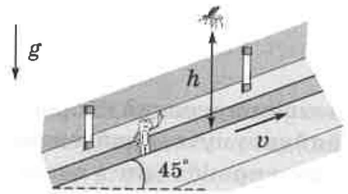


Рис. 5.211

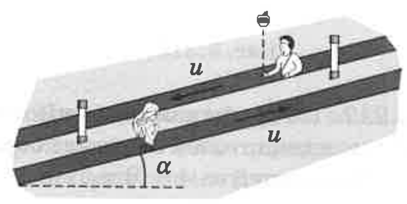
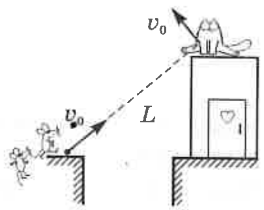


Рис. 5.213

5.214. Два озорных мышонка кинули в кота Леопольда, стоявшего на краю крыши, шарик сообщив ему начальную скорость v_0, целясь точно в кота. Леопольд разгадал их коварный план и прыгнул с такой же скоростью v_0 в направлении перпендикулярном начальной скорости камня. В момент, когда расстояние между котом и шариком достигло минимума, их скорости вновь оказались перпендикулярны. Найдите максимально возможное расстояние L между мышами и котом до броска. Все движение происходит в плоскости рисунка. Время реакции Леопольда мало, и им можно пренебречь.



5.215. Частица движется в плоскости x, y. Ее скорость вдоль оси x постоянна и равна 40 м/с, а вдоль оси y изменяется. Начальное значение проекции скорости вдоль оси y равно нулю, а зависимость ускорения a_y от времени представлена на рисунке. Найдите максимальный модуль скорости частицы.

5.216. В декартовой системе координат скорость частицы вдоль оси y увеличивается от нулевого значения с постоянным ускорением $a_y = 0{,}10$ м/с^2, а вдоль оси x изменяется так, как показано на рисунке. Найдите максимальные значения модулей ускорения и скорости частицы. Движение частицы происходит в плоскости xy.

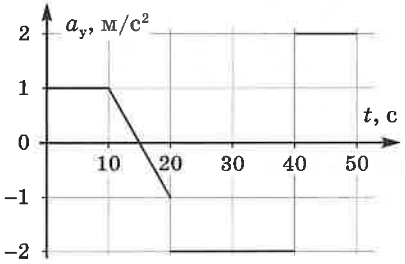


Рис. 5.215

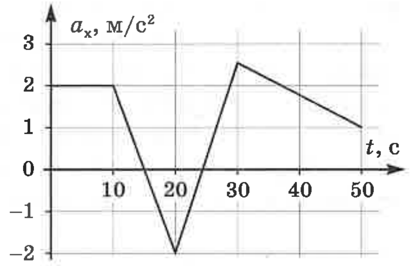


Рис. 5.216

5.217. По графикам зависимости от времени проекций скорости v_x и v_y в декартовой системе координат найдите путь, пройденный этой частицей за 4 с. Все движение частицы происходит в плоскости xy.

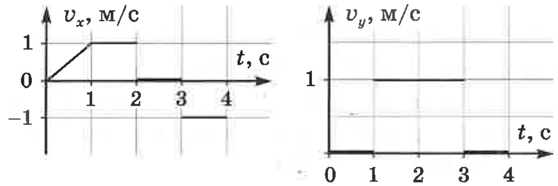
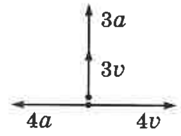


Рис. 5.217

5.218. Две частицы начали движение из одной точки во взаимно перпендикулярных направлениях. Первая – с начальной скоростью $3v$ и постоянным ускорением $3a$, сонаправленным с начальной скоростью, другая – со скоростью $4v$ и постоянным ускорением $4a$, направленным против начальной скорости, где $v = 10$ м/с, а $a = 0{,}54$ м/с^2. Каким будет расстояние L между частицами в момент, когда их относительная скорость по модулю опять станет равна начальной? Какой будет минимальная относительная скорость $v_{отн}$ частиц в процессе их движения?



5.219. * Для тела, двигавшегося с постоянной скоростью в одной плоскости, получен график зависимости координаты x от модуля перемещения s (см. рисунок). В декартовой системе координат изобразите возможную траекторию движения тела, отметив характерные точки. На каком из участков тело двигалось дольше всего?

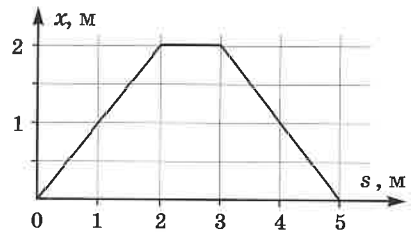
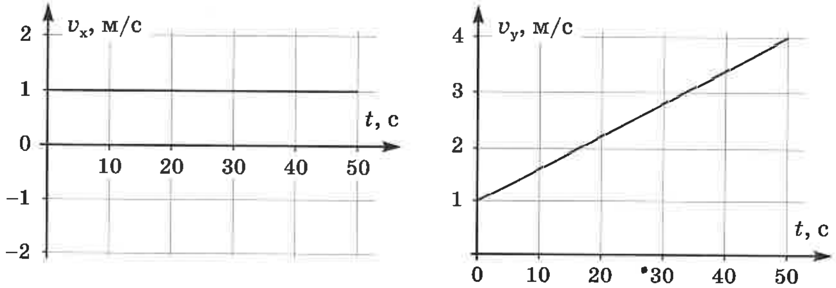


Рис. 5.219

5.220. Тело движется по плоскости. На рисунке приведены зависимости от времени проекций его скорости на оси x и y, пересекающиеся под углом 30°. Постройте график зависимости модуля скорости тела от времени. Найдите модуль его перемещения и путь, пройденный за 50 с движения. Нарисуйте траекторию движения тела.



а

Рис. 5.220

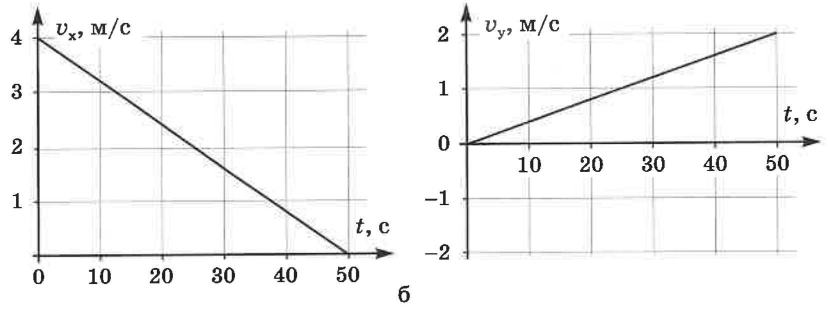


Рис. 5.220 (продолжение)

5.221. Два снаряда, выпущенные из скорострельной пушки с интервалом 0,5 с со скоростью 1000 м/с, упали на землю одновременно. С какой угловой скоростью и в какую сторону двигался (поднимался или опускался) ствол пушки, если перед первым выстрелом он был направлен под углом 30° к горизонту? В горизонтальной плоскости ствол пушки не вращался.

5.222. * Ребенок играет со шлангом, из которого с постоянной скоростью v вытекает вода, случайно вращая его в плоскости xy. Конец шланга находится в начале координат. Угол между осью шланга и горизонтом всегда больше 45°. Определите модуль скорости v, если в некоторый момент времени струя приняла форму, представленную на рисунке.

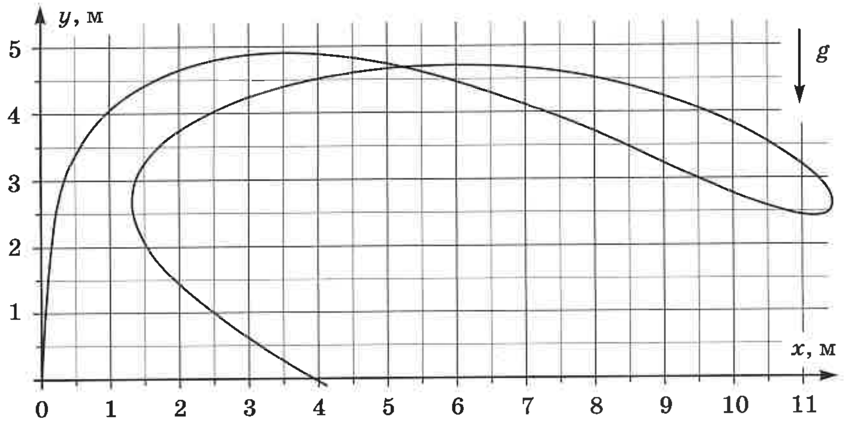


Рис. 5.222

ГЛАВА 6

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ

В задачах данной главы тела твердые и расстояния между любыми двумя их точками сохраняются, нити нерастяжимые, если явно не указано иное. Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с^2.

6.1. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

6.1. Может ли спортсмен воднолыжник двигаться на непровисающем фале с постоянной по модулю скоростью быстрее/медленнее катера?

6.2. За катером, идущем со скоростью v = 45 км/ч, едет спортсмен на водных лыжах. Углы между тросом и векторами скоростей катера и лыжника равны $\alpha = 150°$ и $\beta = 60°$ соответственно (см. рисунок). Определите скорость u лыжника.

6.3. Лодку подтягивают к берегу при помощи лебедки, выбирающей швартовый фал со скоростью v. Чему равна скорость u лодки в момент, когда фал составляет угол α с горизонтом (см. рисунок)? С каким ускорением движется лодка в этот момент, если до берега остается расстояние L?

6.4. Рабочие, поднимающие груз, тянут канаты с одинаковыми скоростями v (см. рисунок). Какова скорость u груза в тот момент, когда угол между канатами, к которым он прикреплен, равен 2α?

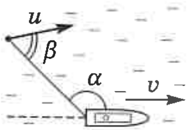


Рис. 6.2

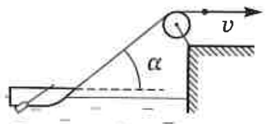


Рис. 6.3

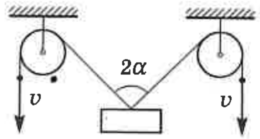


Рис. 6.4

6.5. Груз поднимается при помощи двух неподвижных и одного подвижного блоков (см. рисунок). Определите скорость w груза в момент, когда угол между тросами равен $\alpha = 120^\circ$, если тросы вытягиваются со скоростями $u = 4$ м/с и $v = 5$ м/с.

6.6. Сани перемещают тросами с помощью двух тракторов, движущихся с постоянными скоростями, направленными под углом α друг к другу (см. рисунок). С какой минимальной и максимальной скоростью v_1 может ехать первый трактор, если скорость второго равна v_2, а вектор скорости саней направлен внутрь угла α между тросами? Тросы параллельны векторам v_1 и v_2 и не провисают.

6.7. Тяжелый ящик перемещают с помощью тросов, привязанных к двум тракторам, движущимся со скоростями v_1 и v_2, составляющими угол α, как показано на рисунке. Как направлена и чему равна скорость ящика в тот момент, когда тросы натянуты и параллельны векторам v_1 и v_2?

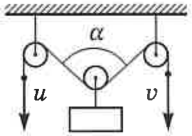


Рис. 6.5

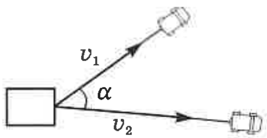


Рис. 6.6

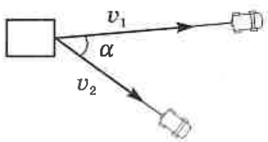


Рис. 6.7

6.8. По известным ускорениям элементов системы, изображенной на рисунке, найдите проекцию ускорения b_x на ось x, направленную вертикально вверх, для тела, выделенного заливкой.

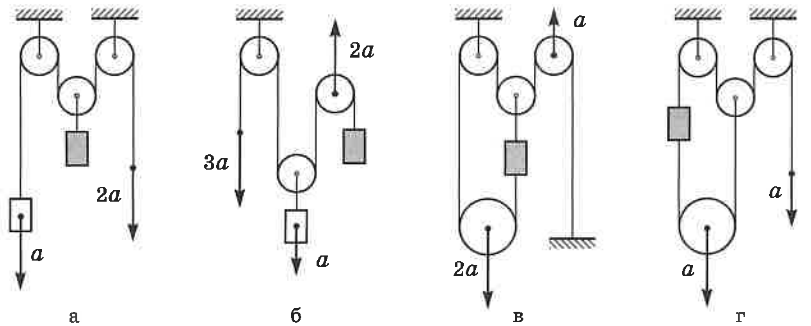


Рис. 6.8

6.9. Найдите связь между проекциями ускорений тел на оси, заданные стрелками, в системах, изображенных на рисунке.

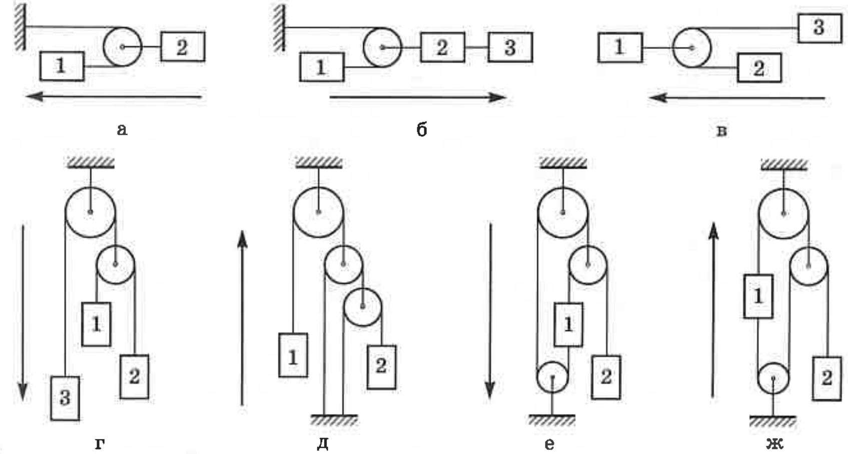


Рис. 6.9

6.10. Найдите скорость оси блока A в системе, изображенной на рисунке, в тот момент, когда скорость груза равна v и направлена вниз.

6.11. На столе лежит резинка. На 1/3 ее длины от левого конца завязан узелок. Правый конец резинки начинают тянуть вправо со скоростью 5 см/с, а левый – влево со скоростью 4 см/с. В какую сторону и с какой скоростью будет двигаться узелок?

6.12. С какой скоростью будет двигаться точка A, находящаяся на середине пружины, если свободный конец нити, в системе, приведенной на рисунке, начать перемещать со скоростью v?

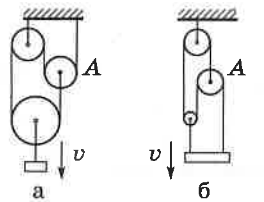


Рис. 6.10

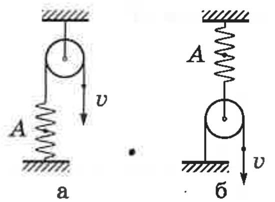


Рис. 6.12

6.13. С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться точка A, если свободный конец нити, в системе, приведенной на рисунке, начать перемещать со скоростью v? Коэффициенты жесткости пружин равны.

6.14. С какой скоростью будет двигаться точка A, находящаяся посередине левой пружины, если свободный конец нити, перекинутой через блок, перемещать со скоростью v? Коэффициенты жесткости пружин указаны на рисунке.

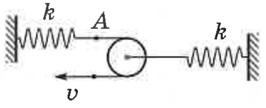


Рис. 6.13

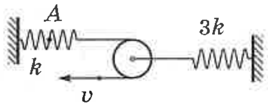


Рис. 6.14

6.15. Стержень длиной 50 см вращается вокруг перпендикулярной оси, проходящей через него. Скорости концов стержня равны 10 см/с и 15 см/с. Найдите угловую скорость вращения стержня.

6.16. Палочка AB движется в плоскости рисунка. В некоторый момент времени скорость ее конца A направлена под прямым углом к палочке и равна v_A, а скорость конца B равна v_B, но информация о ее направлении оказалась утеряна. С какой скоростью u движется середина палочки? Нарисуйте возможные распределения векторов скоростей остальных точек палочки.

6.17. Палочка AB движется в плоскости чертежа так, что в некоторый момент скорость ее конца A направлена под углом α, а скорость конца B — под углом β к палочке. Величина скорости конца A равна v_A. Определите скорость v_B конца B. С какой скоростью u движется середина палочки? Под каким углом γ к палочке направлена скорость u?

Рис. 6.16

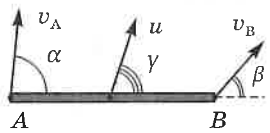


Рис. 6.17

6.18. Укажите, на каких рисунках заданные стрелками векторы скоростей могут соответствовать движению точек твердого тела.

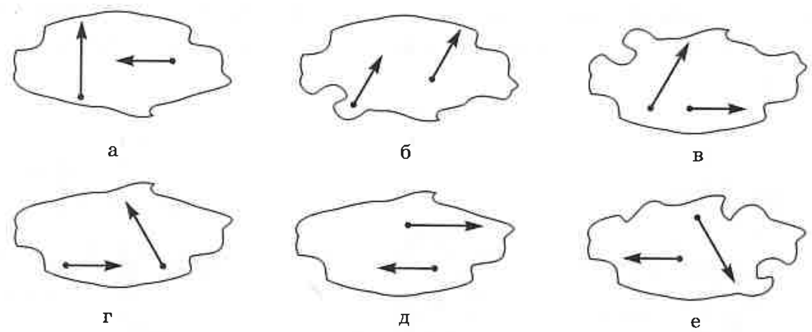


Рис. 6.18

6.19. На рисунке заданы векторы скоростей двух точек диска, вращающегося вокруг оси, перпендикулярной его плоскости. Определите координаты точки O — мгновенного центра вращения диска. Найдите модуль скорости u, выразив его через известную скорость v. Определите направление и модуль скорости точки C.

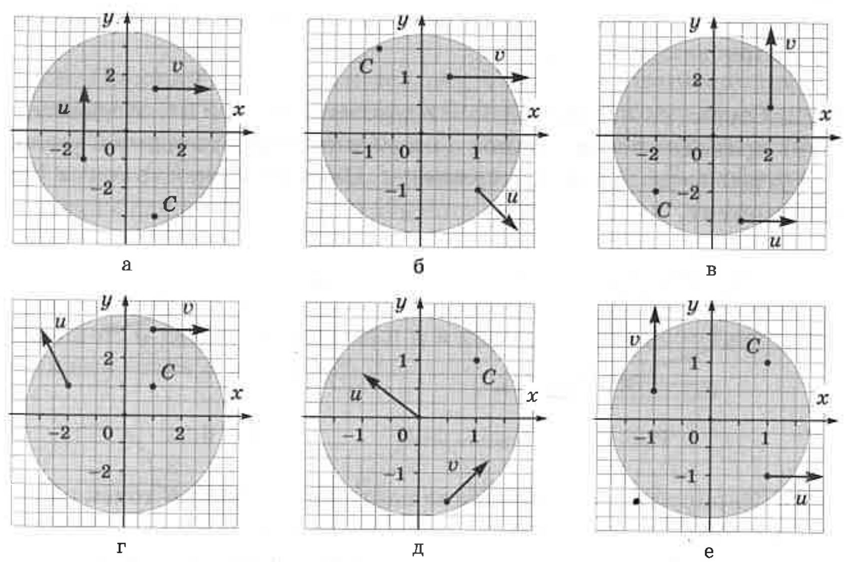


Рис. 6.19

6.20. На рисунке заданы векторы скоростей двух точек диска, вращающегося вокруг оси, перпендикулярной его плоскости. Их модули известны. Определите координаты точки O, через которую проходит мгновенная ось вращения диска. Определите направление и модуль скорости точки C, выразив его через известную скорость v.

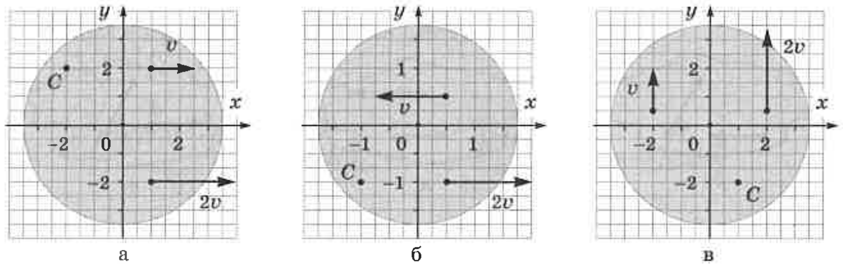


Рис. 6.20

6.21. Тело зажато между двумя параллельными лентами, движущимися в горизонтальном направлении со скоростями v_1 и v_2. В некоторый момент точки касания тела с лентами оказываются на прямой, перпендикулярной векторам v_1 и v_2. Какие еще точки тела имеют в этот момент скорости, равные по абсолютной величине v_1 и v_2? Проскальзывания нет.

6.22. Стержень AB приводится в движение нитью BC. Когда стержень проходит вертикальное положение, скорость точки C равна v, а угол между нитью и стержнем α. Найдите скорость точки B в этот момент.

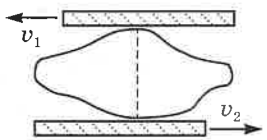


Рис. 6.21

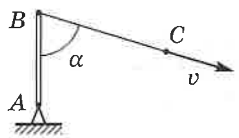
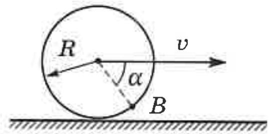


Рис. 6.22

6.23. Нарисуйте распределение векторов скоростей точек обода колеса, катящегося без проскальзывания со скоростью v по горизонтальной поверхности. В какие точки «целятся» векторы скоростей?

6.24. Нарисуйте распределение векторов скоростей точек обода колеса, катящегося без проскальзывания со скоростью v по поверхности, составляющей угол α с горизонтом. В какие точки «целятся» векторы скоростей?

6.25. Диск радиусом $R = 0{,}5$ м катится без проскальзывания со скоростью $v = 2$ м/с. Найдите скорость точки B. Угол $\alpha = 30^\circ$. Найдите построением геометрическое место точек, скорость которых равна v.



6.26. Найдите модули скоростей точек обода колеса, катящегося без проскальзывания со скоростью v по горизонтальной поверхности, если известно, что векторы их скоростей направлены под углом: а) $\alpha = 90^\circ$; б) $\alpha = 30^\circ$ к направлению движения оси колеса.

6.27. По горизонтальной ленте транспортера, движущейся со скоростью $v = 1$ м/с, в направлении движения ленты без проскальзывания катится колесо. Найдите скорость u центра колеса относительно неподвижного наблюдателя, если скорость точки B обода, находящаяся на горизонтальном диаметре колеса, относительно этого наблюдателя направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, как показано на рисунке.

6.28. Плоский обруч движется так, что в некоторый момент времени скорости концов диаметра AB лежат в плоскости обруча, перпендикулярны AB и равны v_A и v_B. Определите скорости точек C и D, если CD тоже диаметр, перпендикулярный AB, и эти скорости тоже лежат в плоскости обруча.

6.29. Трамвай движется со скоростью v. Радиус трамвайного колеса равен r, а радиус реборды (выступающего бортика колеса) равен R. С какой скоростью u и в каком направлении движется нижняя точка A реборды?

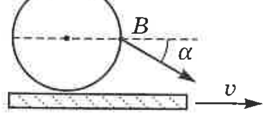


Рис. 6.27

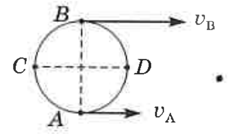


Рис. 6.28

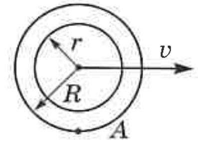


Рис. 6.29

6.30. Две параллельные рейки движутся со скоростями v_1 и v_2. Между рейками зажат диск, катящийся по рейкам без проскальзывания (см. рисунок). Какова скорость v его центра O?

6.31. Зажатая между двумя параллельными досками катушка движется по ним без проскальзывания. Найдите угловую скорость ω катушки и скорость v ее центра. Радиусы катушки r и R и скорости v_1 и v_2, указанные на рисунке, известны.

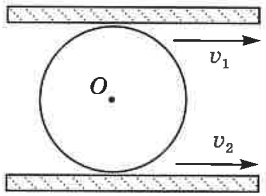


Рис. 6.30

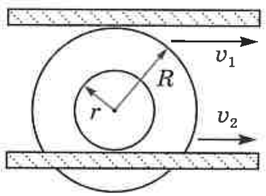


Рис. 6.31

6.32. Горизонтальную платформу перемещают по рельсам с помощью роликов. На сколько переместится каждый ролик, когда платформа передвинется на расстояние $l = 60$ см, если радиус ролика в месте касания рельса в полтора раза меньше его внешнего радиуса, на котором лежит платформа? Проскальзывания нет.

6.33. Две доски перемещают на катках так, как показано на рисунке. Скорости осей катков v_1 и v_2. Проскальзывания нет. Найдите скорости, с которыми движутся доски.

6.34. На цилиндр намотаны нити, как показано на рисунке. Правые концы нитей тянут со скоростью v_1, а левые — в противоположную сторону со скоростью v_2. С какой угловой скоростью при этом вращается цилиндр вокруг своей оси? Радиус цилиндра R.

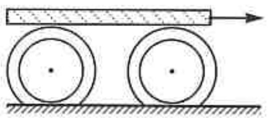


Рис. 6.32

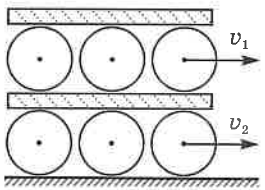


Рис. 6.33

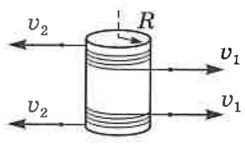


Рис. 6.34

6.35. Катушку тянут за намотанную на нее нить с постоянной скоростью v, как показано на рисунке. В результате чего она катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Определите угловую скорость вращения катушки. Радиусы r_1 и r_2 известны.

6.36. Нитку тянут со скоростью v_0. Найдите угловую скорость катушки и скорость ее центра. Катушка по столу и нитка по катушке не проскальзывают. Внутренний радиус катушки r, внешний R.

6.37. Конец нити, намотанной на катушку, тянут с горизонтальной скоростью v. С какой скоростью движется центр катушки в тот момент, когда нить составляет угол α с горизонтом? Внешний радиус катушки R, внутренний r. Катушка по столу и нить по катушке не проскальзывают.

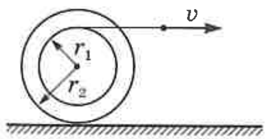


Рис. 6.35

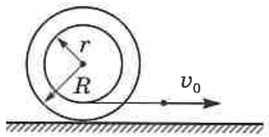


Рис. 6.36

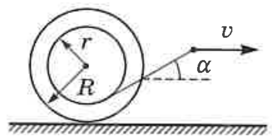


Рис. 6.37

6.38. Конец намотанной на катушку нити перекинут через гвоздь, вбитый в стену (см. рисунок). Нить тянут с постоянной скоростью v. С какой скоростью движется центр катушки в тот момент, когда угол между нитью и вертикалью равен α? Внешний и внутренний радиус катушки равны R и r соответственно.

6.39. Цилиндр с намотанной на него нитью, второй конец которой закреплен, находится на горизонтальной подставке, движущейся поступательно с постоянной горизонтальной скоростью v (см. рисунок). Найдите скорость оси цилиндра в зависимости от угла α, образуемого нитью с вертикалью. Цилиндр относительно подставки не проскальзывает.

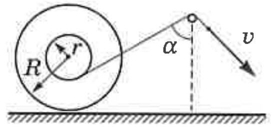


Рис. 6.38

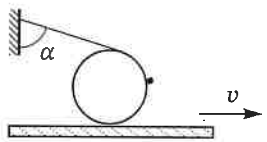


Рис. 6.39

6.40. Катушка радиусом R с намотанной на нее нитью, второй конец которой закреплен, опирается своей цилиндрической поверхностью с меньшим радиусом r на горизонтальную подставку, движущуюся поступательно с постоянной горизонтальной скоростью v, как показано на рисунке. Найдите скорость оси катушки и угловую скорость ее вращения в зависимости от угла α, образуемого нитью с вертикалью. Относительно подставки катушка не проскальзывает.

6.41. Катушка радиусом R касается горизонтальной подставки, движущейся поступательно с постоянной горизонтальной скоростью v. На внутреннюю цилиндрическую поверхность катушки меньшего радиуса r намотана нить, второй конец которой закреплен, как показано на рисунке. Найдите скорость оси катушки и угловую скорость ее вращения в зависимости от угла α, образуемого нитью с вертикалью. Относительно подставки катушка не проскальзывает.

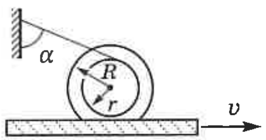


Рис. 6.40

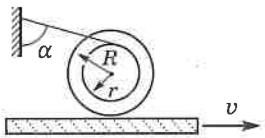


Рис. 6.41

6.42. Катушка радиусом R с намотанной на нее нитью, второй конец которой закреплен, скатывается с гладкой наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, как показано на рисунке. Найдите: а) скорость движения оси катушки; б) скорость ее точки, которая касается наклонной плоскости в момент, когда нить вертикальна, а угловая скорость вращения катушки равна ω.

6.43. Катушка с внешним радиусом R скатывается с гладкой наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. На внутреннюю цилиндрическую поверхность катушки меньшего радиуса r намотана нить, второй конец которой закреплен, как показано на рисунке. Определите: а) скорость движения оси катушки; б) скорость ее точки, которая касается наклонной плоскости в момент, когда нить вертикальна, а угловая скорость вращения катушки равна ω.

6.44. Катушка скатывается с гладкой наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, касаясь ее внутренней цилиндрической поверхностью радиусом r. На внешнюю поверхность катушки радиусом R намотана нить, второй конец которой закреплен (см. рисунок). Найдите: а) скорость движения оси катушки; б) скорость ее точки, касающейся наклонной плоскости в момент, когда нить вертикальна, а угловая скорость вращения катушки равна ω.

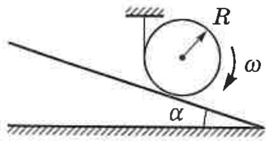


Рис. 6.42

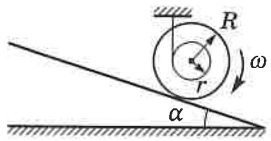


Рис. 6.43

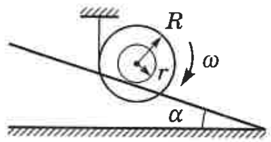


Рис. 6.44

6.45. Тяжелый диск радиусом R спускается на двух нерастяжимых нитях, намотанных на него. Свободные концы нитей закреплены. Нити при движении диска постоянно натянуты. В некоторый момент угловая скорость диска равна ω, а угол между нитями α. Какова в этот момент скорость центра диска?

6.46. Внутреннее кольцо шарикоподшипника, имеющее радиус r_1, вращается с угловой скоростью ω_1 против часовой стрелки; наружное кольцо, радиус которого равен r_2, вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_2. Сам подшипник неподвижен. Определите скорость движения центров шариков, считая, что шарики катятся без проскальзывания и не соприкасаются между собой.

6.47. Радиус внутренней обоймы шарикоподшипника r, а внешней R. Сколько оборотов сделает шарик, находящийся между обоймами, если внешняя сделает n_1 оборотов вокруг оси, а внутренняя n_2 в противоположную сторону?

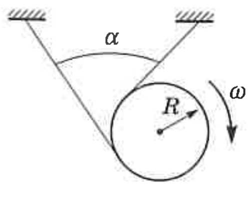


Рис. 6.45

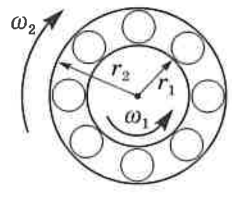


Рис. 6.46

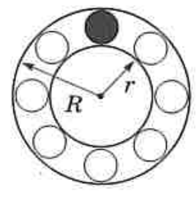


Рис. 6.47

6.48. Колесо диаметром d катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени скорость верхней точки B колеса равна v_0. Чему в этот момент равно ускорение точек A и B?

6.49. Колесо катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Ускорение оси колеса равно a_0. Найдите ускорение его верхней точки в момент, когда ускорение нижней точки становится равным по величине ускорению оси a_0.

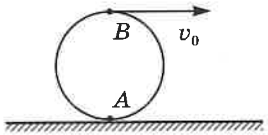


Рис. 6.48

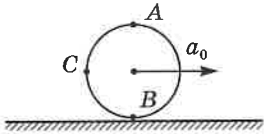


Рис. 6.49

6.50. Колесо радиусом R катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. При этом центр колеса движется прямолинейно с постоянным ускорением a_0. Для верхней точки колеса найдите направление ускорения и его модуль a в момент времени, когда скорость центра колеса равна v_0.

6.51. Скорость центра колеса, катящегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности, изменяется со временем по закону $v = 1 + 2t$ (все коэффициенты в системе СИ). Радиус колеса $R = 1$ м. Найдите скорости и ускорения четырех точек колеса, лежащих на концах вертикального и горизонтального диаметров, в момент времени $t = 0{,}5$ с.

6.52. Кривошип OA, вращаясь с угловой скоростью $\omega = 2{,}5$ с$^{-1}$, приводит в движение колесо радиусом $r = 5$ см, катящееся по неподвижному колесу радиусом $R = 15$ см. Найдите скорость точки B.

6.53. Кривошип OA, вращаясь вокруг неподвижной оси O, приводит в движение колесо 1 радиусом $R = 20$ см, катящееся по внутренней поверхности неподвижного круга 2. Колесо 1, соприкасаясь с колесом 3 радиусом $r = 10$ см, заставляет его вращаться вокруг оси O. (Колесо 3 свободно надето на ось O и не связано с кривошипом OA.) Во сколько раз угловая скорость колеса 3 больше угловой скорости кривошипа OA?

6.54. По внутренней поверхности закрепленного цилиндра радиусом $2r$ катится без проскальзывания колесо радиусом r. Определите среднюю путевую и максимальную скорость точек обода колеса, если период его движения равен T.

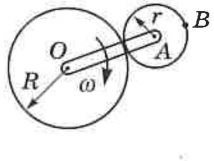


Рис. 6.52

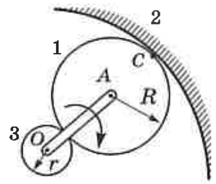


Рис. 6.53

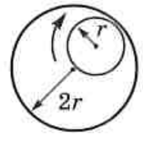


Рис. 6.54

6.55. Два жестких стержня (длиной l каждый) соединены шарнирно в точке A. Их свободные концы удаляются друг от друга равномерно со скоростями v_1 и v_2, направленными вдоль одной прямой, как показано на рисунке. Найдите скорость и ускорение точки A в тот момент, когда стержни составляют друг с другом угол 90°. Движение стержней происходит в плоскости рисунка.

6.56. Два жестких стержня (длиной l каждый) шарнирно соединены концами в точке A. Стержень BA жестко закреплен в точке B, а точка C стержня AC может скользить вдоль направляющей BC (см. рисунок). Стержень BA начинают вращать в плоскости рисунка вокруг точки B с постоянной угловой скоростью ω. Чему будут равны максимальная скорость и ускорение точки C? В начальный момент стержни вытянуты вдоль направляющей BC. Движение стержней происходит в плоскости рисунка.

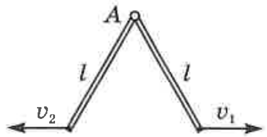


Рис. 6.55

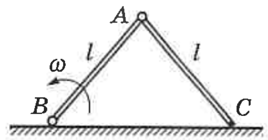


Рис. 6.56

6.57. Два стержня, длиной l каждый, соединены концами шарнирно. Свободный конец одного из стержней шарнирно закреплен, а свободный конец другого стержня начинают двигать с постоянной по величине и направлению скоростью v_0 (см. рисунок). В начальный момент вектор скорости параллелен биссектрисе угла 2α, составленного стержнями в этот момент. Найдите величину и направление вектора ускорения шарнира, соединяющего стержни, через очень маленький отрезок времени после начала движения.

6.58. Два стержня длиной L соединены шарнирно. Свободный конец одного из стержней с помощью другого шарнира прикреплен к стене, а свободный конец второго стержня движется в направлении перпендикулярном стене с постоянной скоростью v_0 (см. рисунок). Найдите величину и направление векторов скорости и ускорения шарнира, соединяющего стержни, в момент, когда угол между стержнями равен 2α.

6.59. Один конец шарнирной конструкции из двух одинаковых стержней длиной $2l$ закреплен, а другой движется с постоянной скоростью v по прямой, расстояние до которой от неподвижного конца конструкции равно $3l$ (см. рисунок). Найдите скорость и ускорение шарнира в тот момент, когда: а) левый стержень горизонтален, б) скорость шарнира равна нулю.

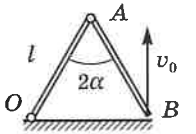


Рис. 6.57

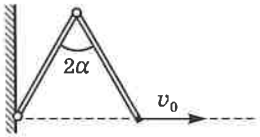


Рис. 6.58

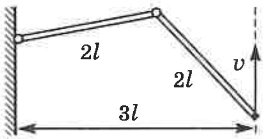


Рис. 6.59

6.60. На расстоянии L от стены на полу расположен точечный источник света. Между источником и стеной с постоянной скоростью v в направлении от источника движется экран высотой H. Найдите скорость границы тени на стене в момент, когда экран оказывается посередине между источником и стеной.

6.61. На расстоянии L от стены расположен экран высотой H. В направлении от экрана с постоянной скоростью v удаляется источник света. Найдите скорость границы тени на стене в момент, когда экран находится посередине между источником и стеной.

6.62. Клин, с углом наклона α, лежит на горизонтальной плоскости (см. рисунок). Вертикальный стержень, опускающийся со скоростью v, заставляет клин скользить. Найдите скорость u клина?

6.63. Клин с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ движется равномерно по горизонтальной поверхности со скоростью $u = 1{,}0$ м/с. При этом он толкает зафиксированный под углом $\beta = 45^\circ$ к поверхности клина штифт (см. рисунок). Определите скорость v штифта.

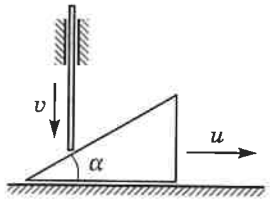


Рис. 6.62

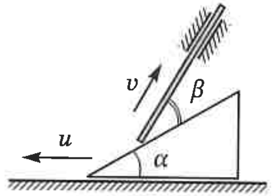


Рис. 6.63

6.64. Определите ускорение цилиндра, находящегося на гладкой поверхности, наклоненной под углом α к горизонту, если ускорение контактирующего с ним клина (см. рисунок) равно a и направленно вверх вдоль другой наклонной поверхности с таким же углом наклона.

6.65. На клине с углом α лежит монета. С каким наименьшим ускорением должен двигаться клин по горизонтальной плоскости, чтобы монета свободно падала вниз?

6.66. Скорость монеты, соскальзывающей с клина, изображена на рисунке. Построением найдите скорость клина.

6.67. Бульдозер очищает шоссе, равномерно двигаясь вдоль него со скоростью v. Нож бульдозера, повернутый на угол α, как показано на рисунке, наезжает на кусок льда и начинает его перемещать. Найдите проекцию скорости льда в направлении поперечном к шоссе.

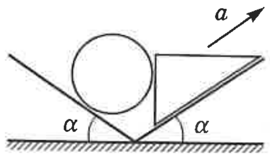


Рис. 6.64

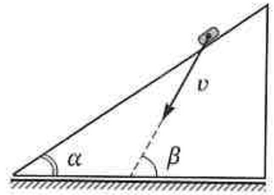


Рис. 6.66

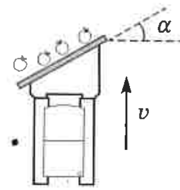


Рис. 6.67

6.68. Бусинка движется по прямолинейной проволоке, подталкиваемая спицей, вращающейся с постоянной угловой скоростью ω. Ось вращения спицы находится на расстоянии l от проволоки. Найдите скорость бусинки в тот момент, когда спица образует с проволокой угол α.

6.69. Бусинка может двигаться по кольцу радиусом R, подталкиваемая спицей, равномерно вращающейся с угловой скоростью ω в плоскости кольца. Определите ускорение бусинки.

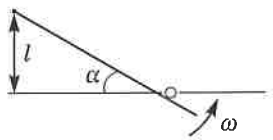


Рис. 6.68

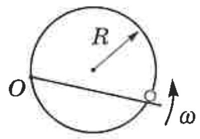


Рис. 6.69

6.70. По горизонтальной крышке стола катятся два цилиндра, на которых лежит доска. Оси цилиндров параллельны. Цилиндры движутся без проскальзывания относительно стола и доски. Найдите величину скорости доски относительно стола в тот момент, когда модуль относительной скорости ближайших друг к другу точек цилиндров был равен v, а плоскость доски образовывала с плоскостью крышки стола угол α.

6.71. На неподвижном клине, образующем угол α с горизонтом, лежит невесомая нерастяжимая веревка. Один из концов веревки закреплен в точке A. К нижнему концу веревки (точка B) прикреплен небольшой грузик. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением a. С каким ускорением движется грузик, пока он находится на клине?

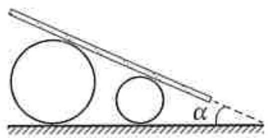


Рис. 6.70

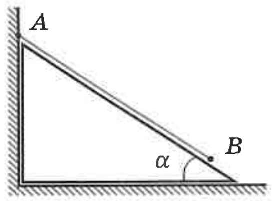


Рис. 6.71

6.72. Найдите связь между ускорениями тел в системах, приведенных на рисунке.

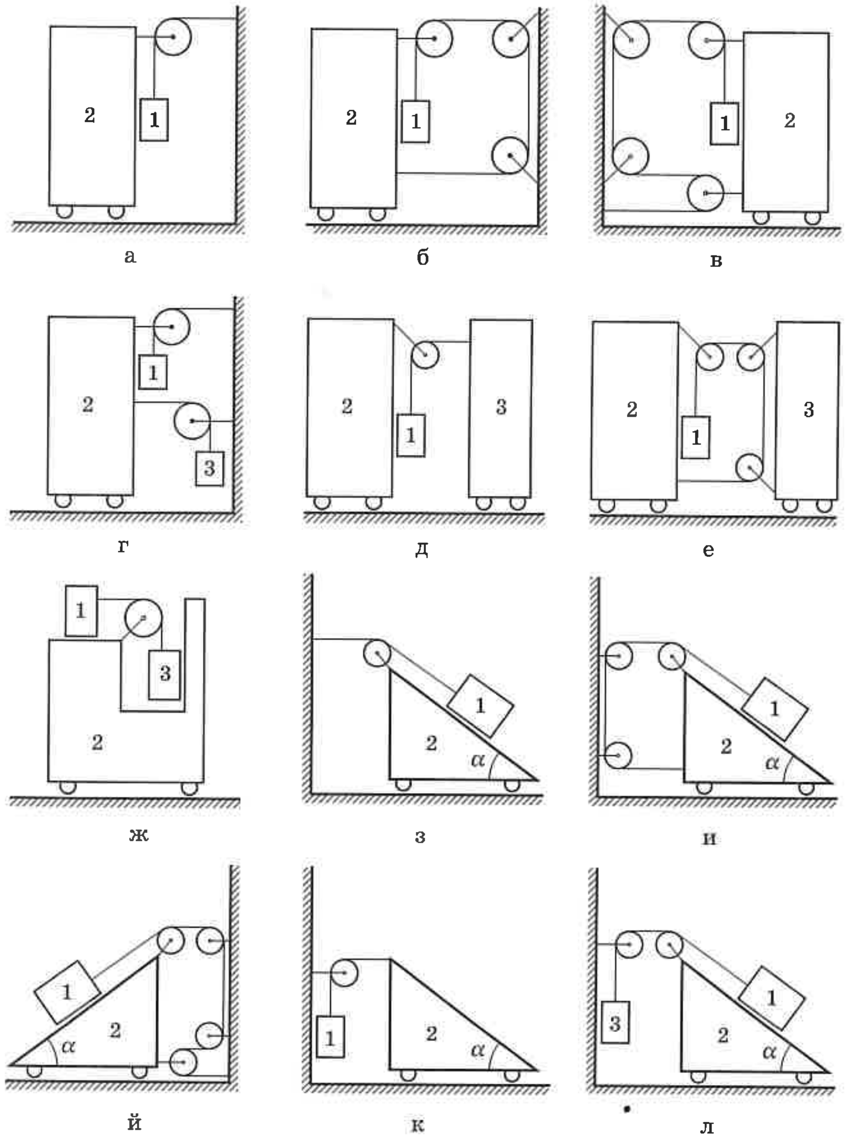


Рис. 6.72

6.73. Стержень длиной l шарнирно соединен с муфтами A и B, которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам, как показано на рисунке. Муфта A движется с постоянной скоростью v_0. Найдите зависимость скорости и ускорения муфты B от угла α.

6.74. По сторонам прямого угла движется стержень. Его конец B скользит вправо с постоянной скоростью $v = 5{,}0$ м/с, как показано на рисунке. Как зависят от угла α скорость и ускорение середины стержня (точка C)? По какой траектории движется точка C? Найдите скорость середины стержня в момент, когда угол между стержнем и вертикалью равен $\alpha = 45^\circ$. Конец A стержня скользит по вертикальной стене без отрыва.

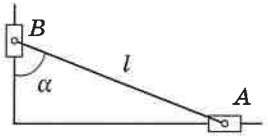


Рис. 6.73

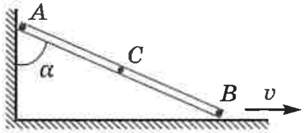


Рис. 6.74

6.75. Нижний конец доски, опирающейся на прямоугольный выступ, перемещают в горизонтальном направлении с постоянной скоростью v. С какой скоростью движется ее верхний конец, если доска касается выступа на четверти своей длины, а угол между ней и горизонтом равен α, как показано на рисунке?

6.76. Бревно, упираясь нижним своим концом в угол между стеной и землей, касается борта грузовика на высоте H от земли (см. рисунок). Найдите угловую скорость бревна в зависимости от угла α между ним и горизонталью, если грузовик отъезжает от стены со скоростью u.

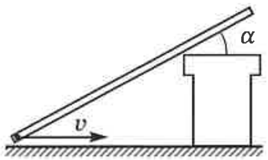


Рис. 6.75

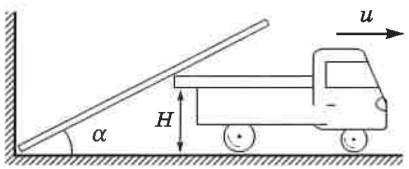


Рис. 6.76

6.77. Стержень, одним концом шарнирно закрепленный на горизонтальной плоскости, лежит на цилиндре. Угловая скорость стержня ω. Проскальзывания между цилиндром и плоскостью нет. Найдите зависимость угловой скорости цилиндра Ω от угла α между стрежнем и плоскостью.

6.78. Если колесо катится по горизонтальной дороге без проскальзывания, то траекторией любой точки обода колеса является линия, называемая циклоидой. Определите радиус кривизны циклоиды в верхней точке, если радиус колеса R.

6.79. Малый радиус несущей части трамвайного колеса равен r, а радиус реборды – R. Определите радиус кривизны верхнего участка A траектории точки реборды (см. рисунок).

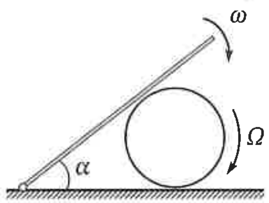


Рис. 6.77

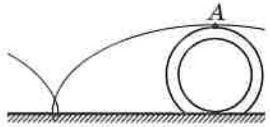


Рис. 6.79

6.2. ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ

6.80. Рулон скотча разматывается в течение времени t при скорости протяжки ленты u. Начальный радиус рулона (с лентой) равен R, а конечный (без ленты) r. Какова толщина h ленты?

6.81. С высокого берега озера к берегу подтягивают лодку. К веревке привязан флажок C. В момент, когда флажок оказался посередине участка AB, веревка направлена под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Найдите скорость v флажка, если известно, что скорость лодки в этот момент равна $u = 1$ м/с

6.82. *Мальчик, запуская воздушного змея, бежит по горизонтальной поверхности навстречу ветру со скоростью u. Привязанная к змею нить, сматывается с катушки, которую мальчик держит в руке. В некоторый момент времени нить, которую можно считать прямолинейной, составляет с горизонтом угол α, а змей поднимается вертикально вверх со скоростью v. Какова в этот момент времени скорость узелка на нити, который находится на расстояниях L от катушки и l от змея?

6.83. Башенный кран поднимает вверх металлическую балку со скоростью $v_0 = 1$ м/с. Подъемный трос привязан к середине балки. В тот момент, когда балка располагалась горизонтально вдоль направления «север-юг», ее северный конец N двигался горизонтально с востока на запад со скоростью $v_N = 1{,}5$ м/с. С какой скоростью v_S двигался в этот момент южный конец S балки?

6.84. Длинный шест AB заталкивают на крышу сарая, двигая его нижний конец A горизонтально по земле с постоянной скоростью v_0 (см. рисунок). Найдите скорость конца шеста B (по модулю) в тот момент, когда его середина (точка C) попадает на край сарая. Чему равно ускорение точки C в этот момент времени?

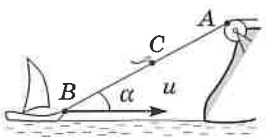


Рис. 6.81

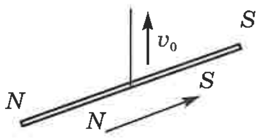


Рис. 6.83

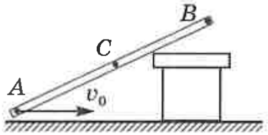


Рис. 6.84

6.85. Стержень длиной L касается своими концами вертикальной стенки и горизонтального пола. Движение стержня происходит в одной и той же вертикальной плоскости без отрыва от стенки и пола. В некоторый момент времени скорость его верхнего конца равна v, а нижнего $2v$. Найдите модуль скорости середины стержня в этот момент и направление этой скорости относительно горизонтали. На какой высоте от пола находится в этот момент верхний конец стержня?

6.86. У вертикальной стенки стоит палочка AB длиной L. На ее нижнем конце B сидит жук (см. рисунок). В момент, когда конец B начали двигать по полу вправо с постоянной скоростью v, жук пополз по палочке с постоянной скоростью u относительно нее. На какую максимальную высоту над полом поднимется жук за время своего движения, если верхний конец палочки не отрывается от стенки?

6.87. На горизонтальном полу лежит жесткий стержень AB длиной L, придвинутый одним концом вплотную к вертикальной стене, как показано на рисунке. В точке A сидит муравей (см. рисунок). В момент, когда конец A стержня начали двигать вверх вдоль стены с постоянной по модулю скоростью v, муравей пополз с постоянным относительно стержня ускорением a в направлении конца B, скользящего по полу без отрыва. Найдите максимальное расстояние s от стенки до муравья в процессе его движения по стержню.

6.88. На двугранном угле находится стержень, нижний конец которого перемещают с постоянной скоростью v вдоль горизонтали (см. рисунок). Найдите скорость u верхнего конца стержня в момент, когда $OA : OB = 2 : 1$. Угол $\alpha = 60°$. Концы стержня от поверхностей угла не отрываются.

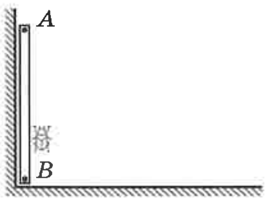


Рис. 6.86

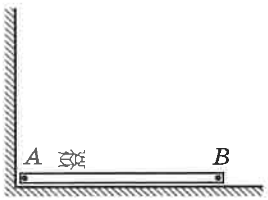


Рис. 6.87

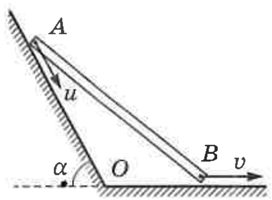


Рис. 6.88

6.89. Стержень AB касается уступа K полусферической лунки радиусом R (см. рисунок). Точка A движется равномерно со скоростью v по поверхности лунки, начиная из нижней точки N, к точке M. Найдите зависимость модуля скорости u конца стержня B от угла α, который стержень составляет с горизонтом. Длина стержня AB равна $2R$.

6.90. Два футболиста бегут по прямой навстречу друг другу с одинаковыми скоростями 5 м/с. Судья благоразумно держится от них на достаточной дистанции. Между судьей и одним из игроков все время сохраняется расстояние 40 м, а между судьей и другим игроком – 30 м. Найдите скорость и ускорение судьи в момент, когда между игроками будет 50 м.

6.91. Лебедь, рак и щука тянут телегу. Скорость лебедя в два раза больше скорости щуки, скорость рака в два раза меньше скорости щуки. В некоторый момент времени веревки, связывающие телегу с каждым из животных, лежат в горизонтальной плоскости и направлены так же, как и скорости соответствующих животных, причем угол между скоростями лебедя и щуки равен α. Как при этом должна быть направлена скорость рака?

6.92. Небольшой брусок связан через систему блоков нерастяжимой нитью с длинной тележкой, которая может катиться по горизонтальной поверхности. Брусок кладут на тележку и приводят в движение с постоянной скоростью $v = 2$ м/с, направленной горизонтально вдоль тележки (см. рисунок). Какую скорость относительно бруска будет иметь тележка в тот момент, когда угол между наклонной нитью и горизонтом составит $\alpha = 60^\circ$? До стены тележка доехать не успевает.

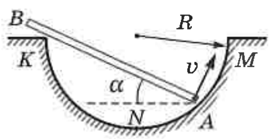


Рис. 6.89

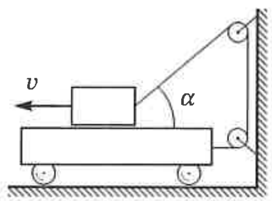


Рис. 6.92

6.93. Колечки O и O' надеты на вертикально закрепленные стержни AB и $A'B'$. Нерастяжимая нить привязана к кольцу O, пропущена через кольцо O' и закреплена в точке A', как показано на рисунке. В момент, когда угол между нитью и стержнем $AOO' = \alpha$, кольцо O' движется вниз со скоростью v. Найдите скорость кольца O в этот же момент.

6.94. Шарик на нити длиной L помещен в сферическую лунку радиусом R (см. рисунок). Определите ускорение шарика в нижней точке траектории, если его скорость в этот момент равна v. Нить не провисает.

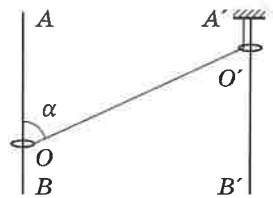


Рис. 6.93

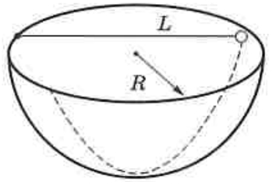


Рис. 6.94

6.95. Нерастяжимая нить длиной l соединяет две бусинки A и B. Бусинку B передвигают с постоянной скоростью v_0 по прямой спице MO. В результате этого бусинка A движется по спице CD, изогнутой в виде дуги окружности радиусом $R = l\sqrt{3}$ (см. рисунок). Найдите ускорение бусинки A в тот момент, когда бусинка B будет на расстоянии l от точки O.

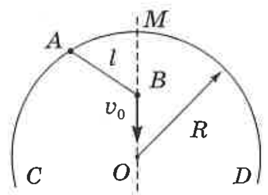


Рис. 6.95

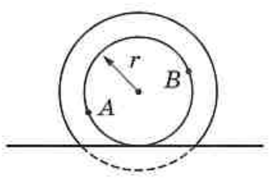


Рис. 6.96

6.96. По рельсам равномерно движется вагонетка. Радиус ее колеса r, а радиус реборды больше. В некоторый момент скорости двух диаметрально противоположных точек A и B обода колеса равны по модулю v_A и v_B (см. рисунок). С какой скоростью катится колесо? В этот же момент времени скорость точки C, находящейся на реборде, направлена вертикально и равна v_C. Определите вертикальную проекцию ускорения a_C этой точки.

6.97. По рельсам катится вагонетка. Радиус ее колеса r, а радиус реборды (выступающей части обода колеса, предохраняющей его от схода с рельса) равен R. Траектория точки A реборды имеет вид, показанный на рисунке. Определите ширину «петли» δ.

6.98. На внутренние цилиндрические поверхности двух одинаковых катушек, лежащих на горизонтальной плоскости, намотана тонкая нерастяжимая нить. При перемещении середины нити (точка A) вертикально вверх катушки начинают двигаться без проскальзывания. Их оси не изменяют своего направления, нить не скользит по катушкам, а ее отрезки, не лежащие на катушках,остаются в вертикальной плоскости, перпендикулярной осям катушек. Найдите модуль скорости сближения катушек в момент, когда скорость точки A равна v, а угол между отрезками нити составляет $2\alpha = 120^\circ$ (см. рисунок). Радиус внутренней поверхности катушки в 2 раза меньше ее внешнего радиуса.

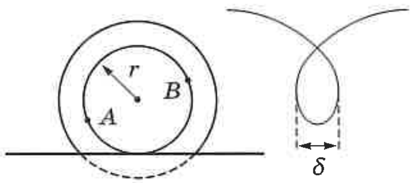


Рис. 6.97

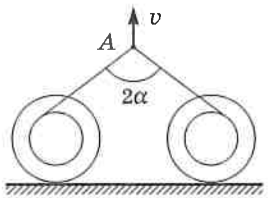


Рис. 6.98

6.99. По горизонтальной плоскости скользит квадратная пластинка $ABCD$. В некоторый момент времени вершина A пластинки движется со скоростью $v_A = 5$ м/с, а соседняя вершина B – со скоростью $v_B = 1$ м/с. При этом скорость центра пластинки v_0 направлена перпендикулярно диагонали квадрата BD. Найдите проекцию скорости v_0 на направление AC в данный момент времени.

6.100. Толпа муравьев тащит кусочек коры в форме равностороннего треугольника ABC. В некоторый момент скорость вершины B равна v и направлена вдоль AB, а скорость вершины C направлена вдоль CB. Найдите скорости вершин A и C в этот момент.

6.101. По гладкой горизонтальной поверхности скользит пластинка в форме прямоугольного треугольника с углом 30° при вершине B (см. рисунок). Гипотенуза треугольника равна L. В некоторый момент скорость точки A равна по модулю v и направлена под углом 30° к катету BC. Известно также, что скорость точки B в этот момент направлена параллельно катету AC. Определите: модуль и направление скорости точки B; модуль и направление скорости точки C; положение точки O, скорость в которой в данный момент времени равна нулю. Изобразите векторы скоростей точек B и C, а также положение точки O.

6.102. Муфта A, равномерно вращающаяся по окружности радиусом R со скоростью v, соединена штангой длинной L с муфтой B, которая может двигаться возвратно-поступательно вдоль направляющей, проходящей через центр окружности. Найдите ускорение муфты B в момент, когда муфта A находится в верхнем положении.

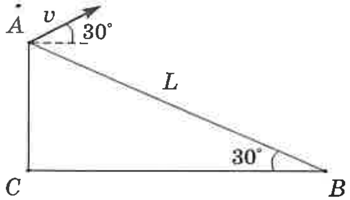


Рис. 6.101

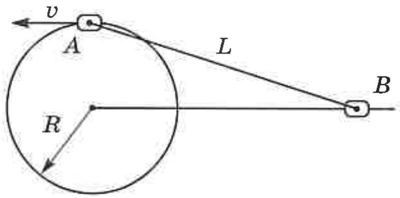


Рис. 6.102

6.103. На два взаимно перпендикулярных гладких стержня насажены муфты, которые могут по ним скользить. Внутри муфты A расположена лебедка с барабаном радиусом $r = 1{,}5$ см, который вращается с угловой скоростью $\omega = 5\ \text{с}^{-1}$. На барабан наматывается нить, другой конец которой прикреплен к муфте B. При этом муфта A движется вправо со скоростью $v = 10$ м/с. Найдите величину u скорости муфты B, если нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$.

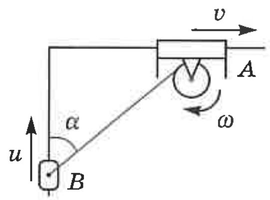


Рис. 6.103

6.104. Кривошип AO длиной r вращается с угловой скоростью ω, длина шатуна AB равна l (см. рисунок). Найдите скорость v точки B шатуна в момент, когда угол между ним и отрезком BO равен α.

6.105. На рисунке изображена схема кривошипно-шатунного механизма паровой машины с качающимся цилиндром. Кривошип OA длиной r вращается с угловой скоростью ω вокруг точки O. В точке A кривошип шарнирно соединен со стержнем AC, продетым сквозь муфту, закрепленную на шарнире B так, что муфта может свободно вращаться вокруг точки B ($OB = a$, $AC > a + r$). Чему равен угол α в тот момент, когда угловая скорость муфты минимальна? Определите максимальную угловую скорость муфты.

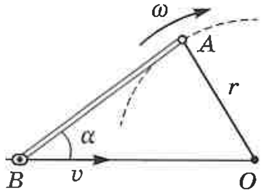


Рис. 6.104

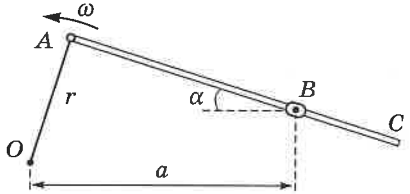


Рис. 6.105

6.106. Четыре одинаковых жестких стержня длиной l, соединенных шарнирно, образуют ромб, диагональ BD которого больше диагонали AC (см. рисунок). Ромб лежит на столе. Найдите ускорение вершины B относительно стола в тот момент, когда ромб превращается в квадрат, если вершины A и C движутся по столу в противоположные стороны: а) с одинаковыми по величине скоростями v; б) вершину A со скоростью v, а вершину C со скоростью $2v$.

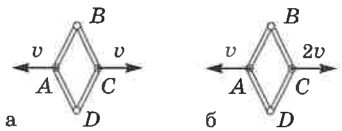


Рис. 6.106

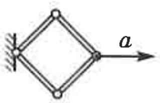
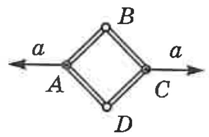


Рис. 6.107

6.107. Ромб составлен из скрепленных на концах шарнирами жестких стержней длиной L (см. рисунок). В начальный момент два противоположных шарнира находятся рядом (очень близко) и неподвижны. Один из них закреплен. Второй начинают двигать с

постоянным ускорением a. Найдите величину ускорения остальных шарниров ромба в тот момент, когда ромб превратится в квадрат. Во время движения все стержни остаются в одной плоскости.

6.108. Четыре жестких стержня длиной l, соединенные шарнирно, образуют ромб $ABCD$. Ромб лежит на столе. В начальный момент шарниры A и C находятся рядом и неподвижны. Их начинают двигать по столу в противоположные стороны с одинаковым по величине ускорением a. Найдите ускорение шарнира B относительно стола в тот момент, когда ромб превращается в квадрат.



6.109. По гладкой горизонтальной поверхности, вращаясь, скользит со скоростью $v = 10$ см/с палочка длиной $l = 10$ см. При какой угловой скорости вращения палочка ударится о вертикальную стену плашмя, если на расстоянии $s = 50$ см от стены она была параллельна стене?

6.110. Тонкую длинную планку, параллельную оси Oy, перемещают вдоль оси Ox с постоянной скоростью v_1. Ее пересекает под углом α другая планка, скорость которой v_2 (см. рисунок). С какой скоростью движется вдоль оси Oy точка A, лежащая на пересечении планок?

6.111. Найдите скорость верхней точки пересечения двух катящихся обручей (см. рисунок) в тот момент, когда она находится на одной горизонтали с центром большого обруча. Скорости обручей одинаковы и равны v, радиусы колес равны r и R.

6.112. Найдите скорость верхней точки пересечения двух катящихся обручей одного и того же радиуса R (см. рисунок) в тот момент, когда угол O_1AO_2 составляет 2α. Скорости обоих обручей одинаковы и равны v.

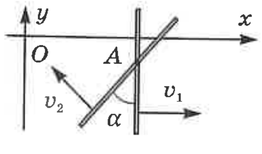


Рис. 6.110

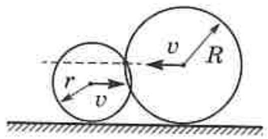


Рис. 6.111

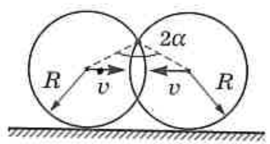
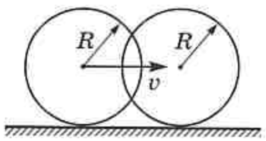


Рис. 6.112

6.113. На горизонтальной поверхности стоит обруч радиусом R. Мимо него вплотную катится со скоростью v такой же обруч (см. рисунок). Найдите зависимость скорости верхней точки «пересечения» обручей от расстояния между их центрами. Обручи тонкие.



6.114. Катушку тянут за верхний конец намотанной на нее нити с постоянной скоростью v (см. рисунок). В результате она катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. С какой скоростью u надо перемещать по горизонтали нижний конец нити, чтобы она оставалась натянутой? Радиусы r_1 и r_2 известны.

6.115. Планетарная передача состоит из центральной (солнечной) шестерни (C), планетарных шестерен ($П$), оси которых соединены жесткой рамой — водилом (B) и кольцевой шестерни (K), имеющей зацепление с планетарными (см. рисунок). Радиусы солнечной и планетарных шестерней равны. Солнечная шестерня приводится во вращение с угловой скоростью ω. С какой угловой скоростью будет вращаться кольцевая шестерня, если водило зафиксировано? С какими угловыми скоростями будут вращаться водило и планетарные шестерни, если зафиксировать кольцевую шестерню?

6.116. На легкой бумажке нарисовали окружность радиусом a и подвесили ее на гвоздик O. Из точки A, находящейся под гвоздиком, в точку B (см. рисунок) по окружности с постоянной скоростью v ползет небольшой тяжелый жук. Через какое время от начала движения жук будет двигаться с максимальной скоростью относительно гвоздика, если $OA = a$? Чему равна эта скорость?

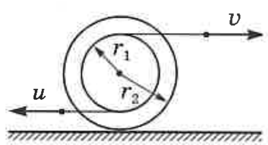


Рис. 6.114

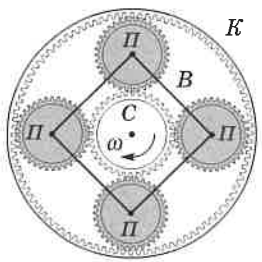


Рис. 6.115

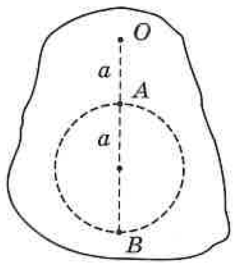


Рис. 6.116

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Всероссийская олимпиада школьников по физике – индивидуальное соревнование для учеников 9-х – 11-х классов, которое проводится с 1964 года в субъектах Российской Федерации (до 1991 года – Советского Союза) по инициативе Министерства образования при содействии Центральной предметно-методической комиссии Всероссийской олимпиады школьников.

Региональный и заключительный этапы олимпиады проходят в январе и в апреле соответственно. Оба этапа проводятся в течение нескольких дней. Один из которых отводится под теоретический тур, а другой под экспериментальный. Завершается этап очной или дистанционной апелляцией.

На теоретическом туре каждому из участников предлагается решить 5 задач, на выполнение которых отводится 5 астрономических часов, на экспериментальном – два задания по 2 ч 20 мин каждое.

Комплекты заданий олимпиады разрабатываются Центральной предметно-методической комиссией по принципу «накопленного итога» и в 9-м классе могут включать как задачи из разделов школьного курса физики, которые изучаются в текущем учебном году, так и задачи по разделам, пройденным ранее в 7-х и 8-х классах. Поэтому ниже приводится полная программа с перечнем всех тем, которые могут встретиться на различных этапах олимпиады по физике в 9-м классе.

Так как в этом томе курса Механики рассматриваются только задачи Кинематики, которые могут попасть в Муниципальный этап олимпиады, то после программы в приложении для примера приведены варианты только Муниципальных туров. Примерные варианты теоретических туров региональных и заключительных этапов будут приведены во втором томе 9-го класса.

ОТВЕТЫ

Глава 1. ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРАМИ. КООРДИНАТЫ.

1.1. а) $l_x = 0$; $l_y = 3$;
$b_x = 0{,}5$; $b_y = 0$;
$s_x = 0$; $s_y = -2$;
$|l| = 3$; $|b| = 0{,}5$; $|s| = 2$;
$w = 1{,}1$; $\alpha = 45^\circ$

1.2. а) $s_y = s{\cdot}\sin\beta$; $s_z = -s{\cdot}\cos\beta$;
$l_y = l{\cdot}\cos\alpha$; $l_z = l{\cdot}\sin\alpha$;
$w = \sqrt{l^2 + s^2 - 2ls\sin(\alpha-\beta)}$
$r = \sqrt{l^2 + s^2 + 2ls\sin(\alpha-\beta)}$

1.3. а) $w_x = l{\cdot}\cos(\alpha-\beta) - b$;
$w_y = l{\cdot}\cos\beta - s{\cdot}\sin\alpha - b{\cdot}\cos\alpha$;
$w = \dfrac{\sqrt{w_x^2 + w_y^2 - 2w_x w_y\cos\alpha}}{\sin\alpha}$
$\varphi = \arccos\dfrac{w_y}{w}$

1.4. а) $a = 5{,}8$

1.5. а) $a = 5$

1.6. а) $a_y = a$; $a_x = 0$;
$b_y = b{\cdot}\mathrm{ctg}\,\beta$; $b_x = b/\sin\beta$

1.7. а) $s = s_x/\cos\alpha$

1.8. в

1.9. а) $s = 11{,}7$

1.10. а) $\beta = \mathrm{arctg}\left|\dfrac{l\sin\alpha - s}{l\cos\alpha}\right|$
$\gamma = \mathrm{arctg}\dfrac{l\sin\alpha + s}{l\cos\alpha}$

1.11. а) $s = 17$

1.12. а) $c = \sqrt{l^2 - s^2}$

1.13. $L = 18$ км; $s = 5{,}8$ км;
$v_{ср} = 4{,}5$ км/ч

1.14. $s = 6{,}3$ км

1.15. $s = 17{,}3$ км

1.16. $s_1 = 173{,}2$ км; $s_2 = 100$ км

1.17. $s = 26{,}9$ км

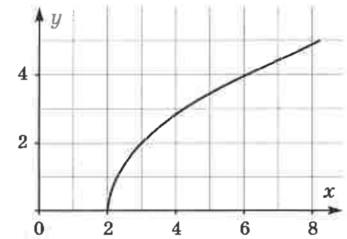
1.18. $\varphi = \arccos\dfrac{L}{2\pi R} = 89{,}1^\circ$

1.19. $s = 24{,}3$ м

1.20. $l(t) = 2t\sqrt{t^2+1}$
$l_{max} = 201$ м

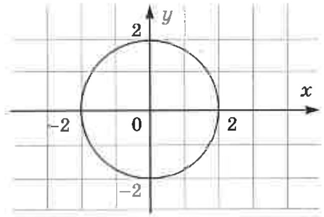
1.21. $y = x/2$

1.22. $y = 2\sqrt{x-2}$



1.23. окружность $y^2 + x^2 = R^2$

1.24. окружность $y^2 + x^2 = 4$



1.25. эллипс $9y^2 + x^2 = 9$

1.28. а) $2\pi/9$

1.29. а) -90°

1.30. а) $(0;1)$

1.31. а) $\left(\sqrt{2};\dfrac{\pi}{4}\right)$

1.32. $(r;\alpha)$; $0 < r < R$
$\alpha \in \left[\dfrac{-\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right] \cup \left[\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right]$

1.33. а) $(r;\theta)$, где $0 \leqslant r < \infty$
$\theta = \pi/4 \cup \theta = 5\pi/4$

1.34. $s = 2{,}5$ м

1.35. $l = 4$ м; $s = 3{,}4$ м

1.36. $l = 6$ м; $s = 5{,}9$ м

1.37. а) $r\cos\theta = 2$

1.38. а) $y = 2$

1.39. окружность $y^2 + x^2 = 4$

1.40. а) окружность $y^2 + x^2 = 16$

1.41. $r = 2{,}8$; $\varphi = \dfrac{5\pi}{4}$

1.42. $r = 100t$; $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$
$x = 50\sqrt{2}\,t$; $y = 50\sqrt{2}\,t$;

1.43. $s = 6{,}9$ м

Глава 2. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

2.1. $v_1 = 7{,}2$ мм/с

2.2. а) $0 = -v_0 + at$
$-L = \dfrac{-v_0 t}{2}$
$-L = -v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$
$-L = -\dfrac{at^2}{2}$
$-L = \dfrac{-v_0^2}{2a}$

б) $u = v_0 - at$
$s = \dfrac{(u + v_0)t}{2}$
$s = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$
$s = ut + \dfrac{at^2}{2}$
$s = \dfrac{u^2 - v_0^2}{-2a}$

2.3. $a = 5$ м/с²

2.4. $a = 0{,}5$ м/с²

2.5. $t = 24$ с

2.6. $s = 9{,}5$ м при разгоне
$s = 10{,}5$ м при торможении

2.7. а) $u = 5$ м/с
б) $u = 4{,}1$ м/с

2.8. $v_0 = 55$ м/с

2.9. $a = \dfrac{n-1}{n+1}\dfrac{2s}{\tau^2}$

2.10. $v = s/\tau$

2.11. $s = 16$ м

2.12. $v = 7$ м/с

2.13. $s = 14$ м

2.14. $a = 10$ м/с^2; $v_к = 300$ м/с

2.15. а) $v_0 = a\tau/2$;
б) $\tau = s/(2v_0)$;
в) $v = 5v_0$;
г) $v = 5s/(2\tau)$
д) $a = s/\tau^2$

2.16. $v_{max} = 60$ м/с

2.17. $v_x = 0$ м/с

2.18. $t = 8$ с

2.19. $\Delta s = a\tau^2$

2.21. $s_1{:}s_2{:}s_3{:}s_4{:}\ldots = 1{:}3{:}5{:}7{:}\ldots$

2.22. $a = 4$ м/с^2

2.23. $t = 2{,}5$ с

2.24. да, может

2.25. $t = 38$ с

2.26. не может

2.27. $s_3 = 3$ м; $v_0 = 0{,}5$ м/с

2.28. $s = n$ м

2.29. $s_3 = 0{,}25$ м

2.30. не было

2.31. $v_2/v_1 = 3$

2.32. $v_2/v_1 = \sqrt{2} + 1$

2.33. $v_s = \sqrt{\dfrac{v_A^2 + v_B^2}{2}}$
$v_t = \dfrac{v_A + v_B}{2}$
v_s больше

2.34. $t = \sqrt{\dfrac{8l}{5a}}$

2.35. $t = 30$ с

2.36. $t = \dfrac{\sqrt{8} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - \sqrt{4}}\tau$

2.37. $t = \dfrac{t_1^2 + t_2^2}{2t_2}$

2.38. $\Delta t = 31$ с

2.39. $v_0 = 7L/6t$; $a = L/3t^2$

2.40. $t = (2 + \sqrt{2})\tau$

2.41. $t = \dfrac{1 + \sqrt{3}}{2}\tau$
$s = 1{,}5a\tau^2$

2.42. $a_1 = 3a$

2.43. $a = \dfrac{2(s_2 t_1 - s_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}$

2.44. a_2

2.45. а) $s = \dfrac{a_1(a_1 + a_2)\tau^2}{2a_2}$
б) $s = \dfrac{(a_1 + a_2)\tau(2v + a_1\tau) + v^2}{2a_2}$

2.46. $a = v^2/k$, если $v = k/t$

2.47. $t = \dfrac{2\sqrt{l}}{k}$

2.48. $s_1 = 24$ м; $s_2 = 34$ м

2.49. да, с остановкой до окончания второй секунды (за 1,6 с при $a = 6{,}25$ м/с^2)

2.50. $s = 25$ м

2.51. $v_0 = s\dfrac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} = 45$ см/с

2.52. $v = 7{,}9$ м/с

2.54. время падения больше

2.55. $v_{min} = 10$ м/с

2.56. $h = 45$ м

2.57. $h = 20$ м

2.58. $v_0 = 5$ м/с

2.59. $v_0 = 21{,}5$ м/с; уменьшить на 8,5 м/с

2.60. $\tau = \dfrac{t}{\sqrt{2}}$

2.61. $h_1 = 20$ м; $h_2 = 60$ м;
$h_3 = 100$ м

2.62. $\Delta s = 20$ м

2.63. $h = 31{,}25$ м

2.64. $h = 20$ м

2.65. $v = 25$ м/с

2.66. $h = 320$ м

2.67. $v_0 = 15$ м/с

2.68. $t = 0{,}077$ с; $\Delta v = 0{,}77$ м/с

2.69. $t = 2$ с; $h = 20$ м

2.70. $t = 0{,}15$ с

2.71. $v_0 = 14{,}8$ м/с

2.72. $v_0 = \dfrac{\sqrt{g^2t^2 + 8gh}}{2}$;
$t_0 = \dfrac{\sqrt{g^2t^2 + 8gh}}{g}$

2.73. $h = 20$ м

2.74. $v_{пер} = 25$ м/с;
$v_{пут} = 42$ м/с

2.75. $t_0 = 7$ с; $H = 245$ м

2.76. $s = 3h/16$

2.77. $t = \dfrac{\sqrt{v_0^2 + gH} - \sqrt{v_0^2 + \dfrac{gH}{2}}}{g}$

2.78. $t = 1{,}04$ с

2.79. $t = 3{,}9$ с

2.80. $v_0 = g\tau/2$

2.81. $t_3 = 6$ с

2.82. $t = 1{,}08$ с

2.83. $h = 3{,}27$ м

2.84. $v_{min} = \sqrt{\dfrac{gH}{2}}$

2.85. $v = \sqrt{5gH}$

2.86. $t_{min} = 5$ с

2.87. $H = 300$ м; $t = 17{,}5$ с

2.88. $h = \dfrac{c^2}{4}\left(\dfrac{2\tau}{c} + \dfrac{1}{g} - \sqrt{\left(\dfrac{2\tau}{c} + \dfrac{1}{g}\right)^2 - \dfrac{4\tau^2}{c^2}}\right)$

2.89. $t = 12$ с

2.90. $H = 20$ м

2.91. $H_{max} = 9{,}1$ м; $t = 1{,}8$ с

2.92. $H = h + \dfrac{\left(\dfrac{3h}{4\tau} - \dfrac{g\tau}{2}\right)^2}{2g}$

2.93. от 20 до 45 м

2.94. 9 м/с $\leqslant v_0 \leqslant$ 12 м/с;
0,9 с $\leqslant t \leqslant$ 1,2 с;
4,1 м $\leqslant H \leqslant$ 7,2 м

2.95. $50g\tau^2$

2.96. $6g\tau^2$

2.97. $v = 10$ м/с

2.98. при $v^2 \geqslant 2aL$
$t = \dfrac{v}{a}\left(1 - \sqrt{1 - \dfrac{2aL}{v^2}}\right)$
иначе не догонит

2.99. $s = 188$ м

2.100. $\tau = (\sqrt{2} - 1)v/a$

2.101. $t = \dfrac{v}{a}\left(\sqrt{1 + \dfrac{2al}{v^2}} - 1\right)$

2.102. $s = l\dfrac{v_1 - v_2}{v_2}$

2.103. не достаточно

2.104. $L = 450$ м

2.105. первый; $v = 80$ км/ч

2.106. $s = 74$ м

2.107. $L = \dfrac{(v_1 + v_2)^2}{2(a_1 + a_2)}$

2.108. $l \geqslant \dfrac{v^2}{2a}$

2.109. $a_{\min} = \dfrac{v^2}{t(c - v)}$

2.110. $t = c/2a$

2.111. $v = c\left(\sqrt{1 + \dfrac{2a\tau}{c}} - 1\right)$

2.112. $t = \dfrac{c}{a}(\sqrt{2} - 1)$

2.113. $t = \dfrac{l}{g\tau} - \dfrac{\tau}{2}$

2.114. $H = \dfrac{4}{3}h$

2.115. $v = \sqrt{\dfrac{3gH}{4}}$

2.116. $t = \dfrac{v}{g} - \dfrac{\tau}{2}$

2.117. $t = \dfrac{v_2\tau + \dfrac{g\tau^2}{2}}{v_2 - v_1 + g\tau} = 3$ с;

$h = 45$ м

2.118. $H = \dfrac{3v^2}{8g}$

2.119. $H = \dfrac{15v^2}{32g}$

2.120. $v_{02} = 40$ м/с

2.121. $v = (H - h)\sqrt{\dfrac{g}{2h}}$

2.122. $H = (L + h)^2/4L$

2.123. $t = 0{,}45$ с

2.124. $v = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{q}{\pi h t}}$

2.125. $\alpha = 126$ мл/с

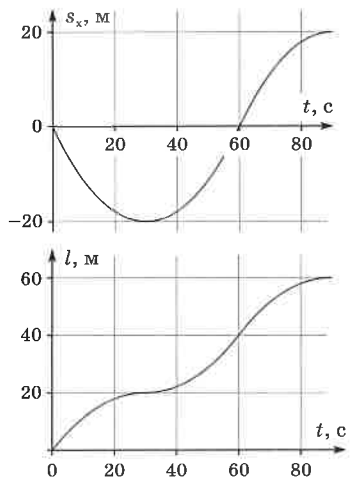
2.126. $v = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 - h^2}}u$

2.127. $\tau = R/q$

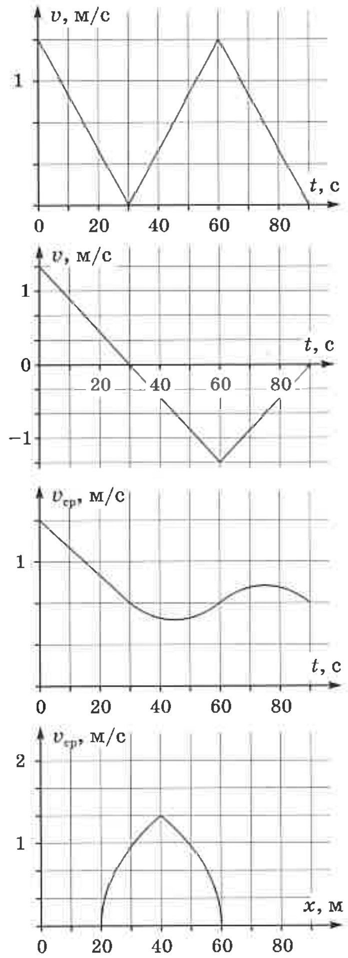
2.128. $N = 11$

2.129. $\tau = (2L\sin\alpha)/v$

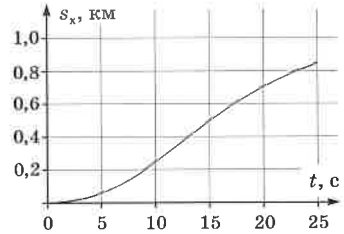
2.130. а)



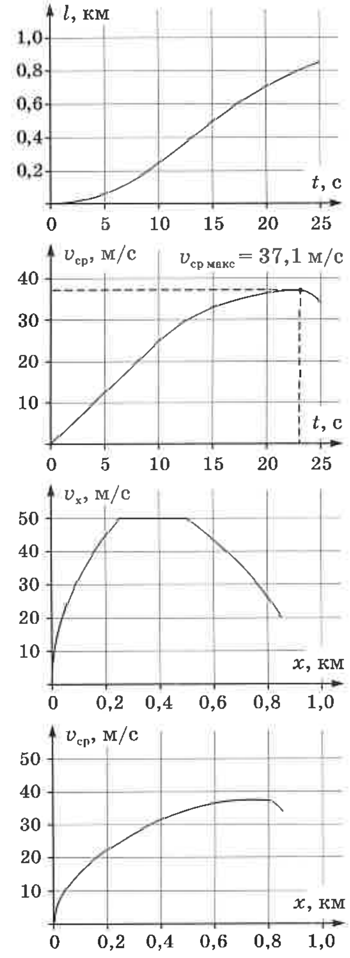
2.130. продолжение:



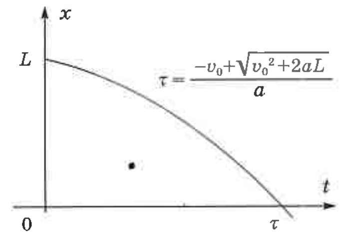
2.131. а)



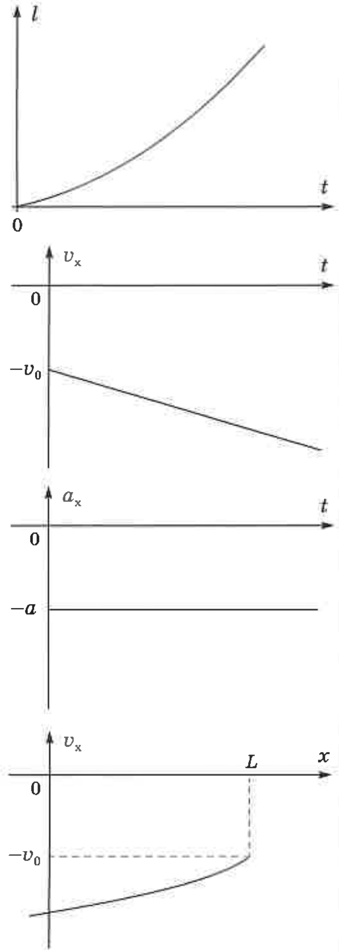
2.131. продолжение:



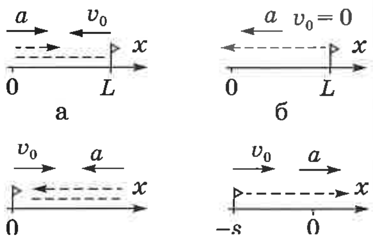
2.132. а)



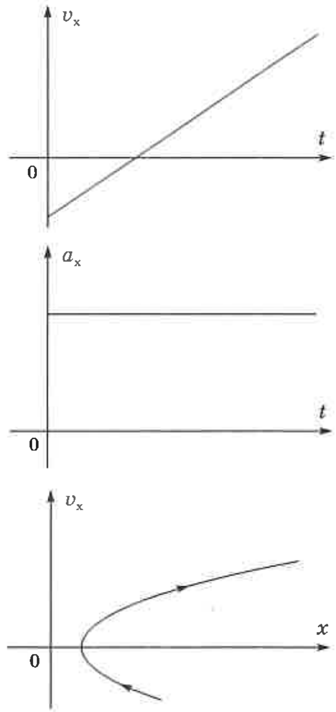
2.132. продолжение:



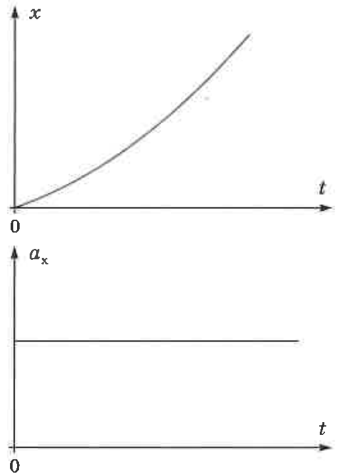
2.133.



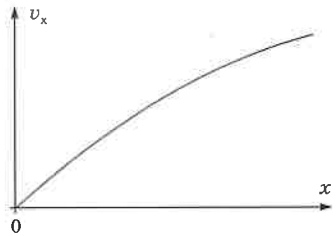
2.134. а)



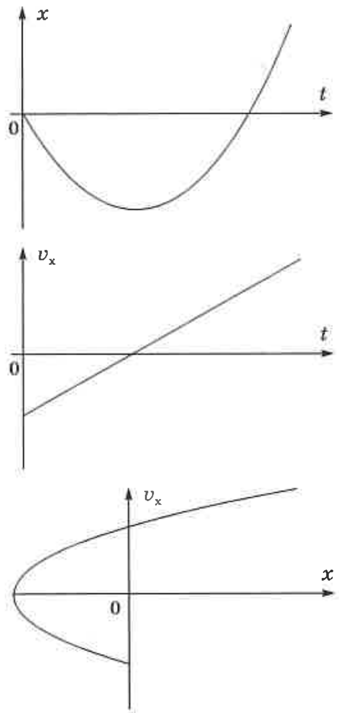
2.135. а)



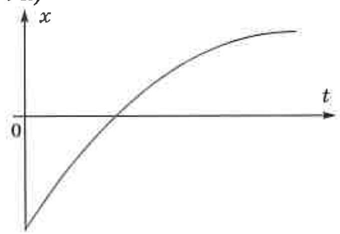
2.135. продолжение:



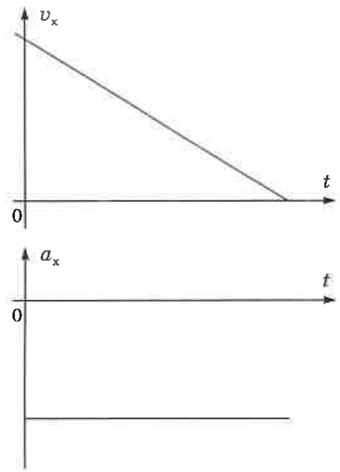
2.136. а)



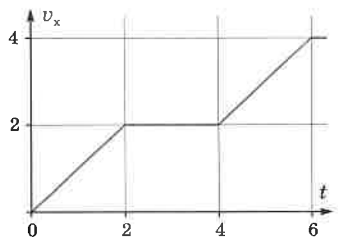
2.137. а)



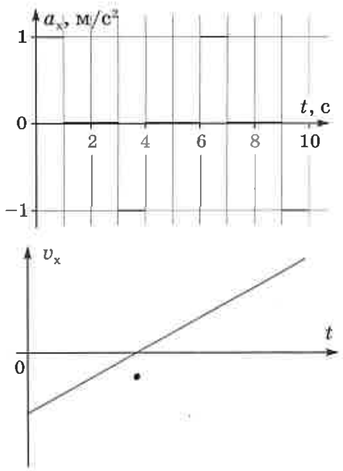
2.137. продолжение:



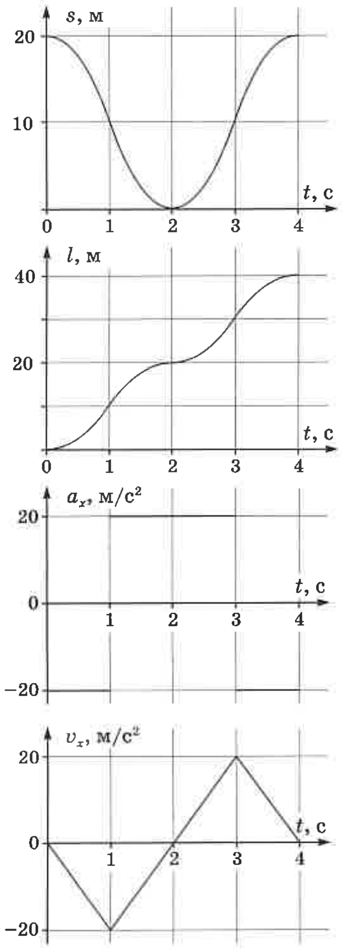
2.138.



2.139.



2.140.



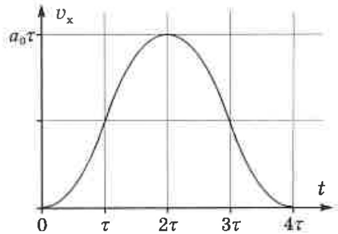
2.142. $s = 0{,}25\pi v_0 t_0$

2.143. $s = v_0\left(t + \dfrac{(t-t_0)^2}{2t_0}\right)$

2.144. $s_п/s_в = 2$

2.145. $x = 24$ м; $t = 12$ с

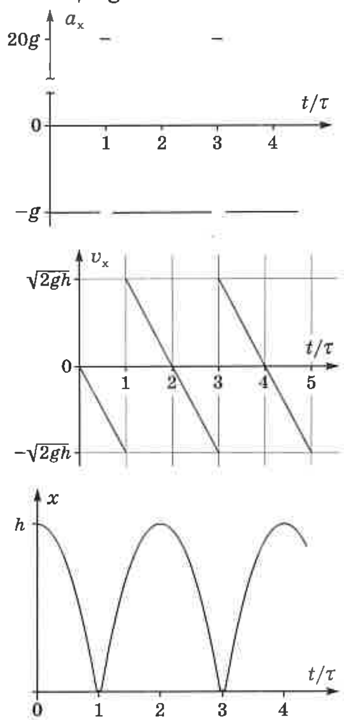
2.146.



2.147. $v_{max} = (5/8)a_0\tau$

2.148. $v_{ср} = 0{,}7a_0\tau$

2.150. $\tau = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$



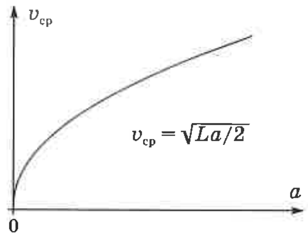
2.153. сначала мощный, а затем слабый; $h_1 = 5a\tau^2$ $h_2 = 3a\tau^2$ соответственно

2.154. во втором случае

2.155. $\tau = 109$ с

2.156. в точке 2

2.157.



2.158. $v_{ср} = 9{,}6$ м/с

2.159. $L = \dfrac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}\dfrac{t_0^2}{2}$

2.160. $t = 34{,}6$ с

2.161. $t = 128$ с

2.162. $v = 5{,}86$ м/с

2.163. $l = 100$ м

2.164. $v_р = 80$ км/ч

2.165. $u = 7v_0$

2.166. $t = 9$ с

2.167. $u = \dfrac{v_1^2 + v_2^2}{v_1 + v_2} = 26$ км/ч

2.168. $t = \sqrt{\dfrac{2s}{a}}$

$u = (2 - \sqrt{2})\sqrt{as}$

$l = 2(\sqrt{2} - 1)s$

2.169. $v_{min} = v_{ср}$; $v_{max} = \sqrt{2}\, v_{ср}$

2.170. $s_{min} = 0{,}25at^2$

2.171. $\Delta s = a\tau^2$

2.172. $s_{min} = v_0\tau(\sqrt{2} - 1)$

2.173. $t_{min} = 12{,}1$ с

2.174. $\tau = \dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}t$

2.175. $s = 2l$

2.176. $s_{min} = 0{,}41v\tau$

2.177. $t_{min} = 60$ с

2.178. $s_{max} = 300$ м

2.179. $v_{max} = 50$ м/с

2.180. $v_0 = 10$ м/с; $h = 10$ м; $\tau_1 = 1{,}2$ с

2.181. $t = 1{,}4$ с

2.182. $s = 50$ м

2.183. $v_0 = 20$ м/с или $v_0 = 40$ м/с

2.184. $v_0 = 10$ м/с или $v_0 = 20$ м/с

2.185. $v_0 = 25$ м/с

2.186. $v_0 = 25{,}4$ м/с

2.187. $t_{max} = 4$ с

2.188. $h \geqslant \dfrac{24v_0^2}{g}$

2.189. $v_0 = 6{,}3$ м/с

2.190. в 4,24 раза; $v_0 = 15{,}9$ м/с

2.191. $\dfrac{s_2}{s_1} = \sqrt{2}$

2.192. $s = 30$ м

2.193. $s = 25$ м

2.194. $v_{min} = 15$ м/с

2.195. на 300 м ниже

2.196. $v = \sqrt{\dfrac{5 - \sqrt{7}}{12}gH}$

или $v = \sqrt{\dfrac{3gH}{4}}$

2.197. $H = 14$ м

2.198. $\tau = 54$ с

2.199. $\tau = 2v/a$

2.200. $8{,}0$ м/с $\leqslant v \leqslant 12{,}5$ м/с

2.201. $\tau = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{a}$;

$t = \dfrac{(\sqrt{2}+1)v_0}{a}$

2.202. $v_4 = 20$ м/с; $v_1 = 20$ м/с

2.203. $s_1/s_2 = 7/5$

2.204. $s = 0{,}5a_0t_1t_2$

2.205. $s > 6$ м

2.206. $t = 1{,}8$ с

2.207. $v = 25$ м/с; $\Delta a = 0{,}12$ м/с²

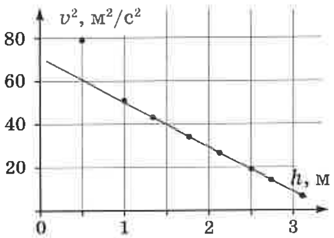
2.208. $v = 20$ м/с

2.209. $n = 15$

2.210. $s_{max} = 7{,}1$ км;
$t_{max} = 28$ мин;
$v_{ср} = 30$ км/ч;
$s_2 = 5{,}9$ км

2.211. в 3-м измерении;
$h_{max} = 413$ см;
$\tau = 1{,}64$ с

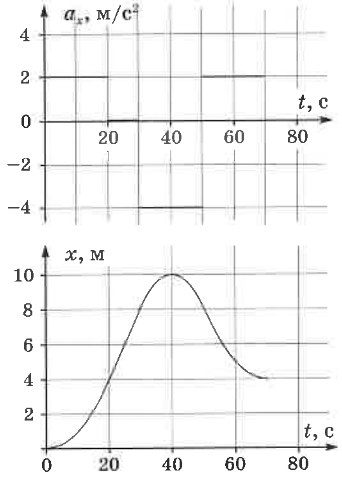
2.212. в 8-м измерении;
$h_{max} = 360$ см



2.213. $2{,}72$ м/с² $\leqslant a \leqslant 3{,}23$ м/с²;
$64{,}6$ см $\leqslant x \leqslant 77{,}2$ см

2.214. $\tau = 12$ с

2.215. $s = 16$ м



2.216. $v_{max} = 20$ м/с; $s = 175$ м

2.217. $v_0 = 5a_0\tau/2$ или
$v_0 = 5a_0\tau/6$

2.218. $a_1 = 0{,}66$ м/с²;
$l_2 = s_2 = 1$ м;
$l_3 = s_3 = 3$ м

2.219. $s_1 = 1{,}4$ м; $s_2 = 1{,}2$ м;
$\tau = 1{,}6$ с

2.220. $v_0 = 35$ м/с; $v = 20$ м/с

2.221. $v = 2u_0 = 60$ км/ч;
$S = 6s = 600$ м

2.222. $l = 2{,}5$ см; $\tau = 6{,}25$ мс;
$a = 1{,}6$ м/с²

2.223. $t_0 = \dfrac{3v_0}{2a_0}$;

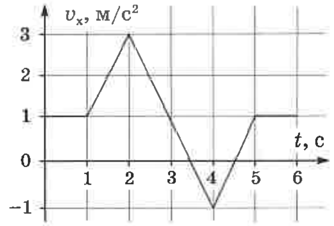
$v = v_0\left(\sqrt{1 + 2t\dfrac{a_0}{v_0}} - 1\right)$

2.224. $\tau = 4v_0/a_0$

2.225. $s = 15$ м

2.226. 2 м/с и 1 с;
$v_А = 6$ м/с; $l = 16$ м

2.227. $a_{АБ} = a_{ГД} = 2$ м/с²;
$a_{БГ} = -2$ м/с²;
$v_А = v_Г = v_Д = 1$ м/с;
$v_Б = 3$ м/с; $v_В = 0$ м/с



2.228. $s = 1{,}1$ см

2.229. $t = 12$ с

2.230. $a_x(3\text{ с}) = 3$ м/с²;
$a_{max} = 4$ м/с²

2.231. $a_x(x = 0\text{ м}) = 0$ м/с²;
$a_x(x = 5\text{ м}) = 5$ м/с²;
$a_x(x = 10\text{ м}) = -5$ м/с²;
$a_x(x = 15\text{ м}) = 0$ м/с²;

2.232. $v = 6$ м/с

2.233. $a = 4$ м/с²

2.234. $v = 7$ м/с

2.235. $v = 6{,}5$ м/с

Глава 3. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

3.1. $s_{min} = 280$ м

3.2. $\Delta t = 45$ мин

3.3. $u = 66$ км/ч

3.4. $\dfrac{v_А}{v_В} = \dfrac{\sqrt{v^2 - u^2}}{v}$

3.5. $\alpha_{min} = 90^\circ$; $\alpha_{max} = 0^\circ$;
$\dfrac{t_{max}}{t_{min}} = \dfrac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}}$

3.6. $v_1 = v_5 = \sqrt{3}\,v$; $v_2 = v$; $v_3 = 0$;
$v_6 = 2v$; $v_М = v$

3.7. а) $u = 2v$; б) $u = 0$;
в) $u = \sqrt{2}\,v$

3.8. $u = v/\mathrm{tg}\,\alpha = 17{,}3$ м/с

3.9. $u = 26$ м/с

3.10. $u = 34{,}6$ м/с

3.11. $v_1 = 2{,}2$ м/с; $v_2 = 2{,}2$ м/с

3.12. $\alpha = \arcsin(u/v)$

3.13. а) на север;
б) на северо-запад под углом $\alpha = 56{,}3^\circ$ к западу;
в) с $v = 22{,}6$ км/ч на северо-восток под углом $\alpha = 34{,}2^\circ$ к северу

3.14. $v = 50$ м/с

3.15. $w = \dfrac{\sqrt{4(u^2 - v^2) + 2v^2} - \sqrt{2}\,v}{2}$

3.16. $v = 124$ км/ч; под углом $\alpha = 6{,}2^\circ$ к меридиану на северо-запад

3.17. $v = 30$ км/ч; на юго-восток

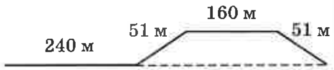
3.18. $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$

3.19. $v = 47{,}9$ м/с

3.20. $u = vs/l$

3.21. $u = \sqrt{3}\,v$

3.22. $L_{бар} = 100$ м; $L_{бер} = 502$ м



3.23. $s = 330$ м

3.24. $t = 1$ с; $L_{max} = 1{,}8$ м; $\Delta t = 1{,}2$ с

3.25. $L = 4\left(h + \dfrac{v^2}{g}\right)$

3.26. $t = 0{,}6$ с

3.27. $t = 4{,}3$ с

3.28. $t = 1{,}2$ с; $L = 7{,}2$ м

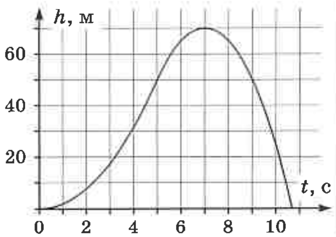
3.29. $h = 125$ м; $v = 10$ м/с; $t = 4$ с

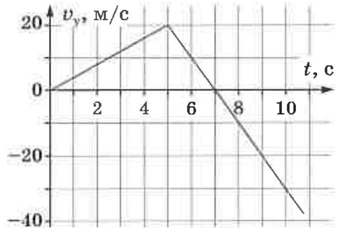
3.30. $s = 0$ м

3.31. $s = 84$ м; $\Delta t = 16{,}8$ с

3.32. $t = 2$ с; $v = 15$ м/с; на $s = 10$ м ниже

3.33.





$h = 70$ м; $s = 231$ м; $v = 80{,}4$ м/с

3.34. $v = H/t_0$; $L = kH$; $L_{min} = H\sqrt{k^2 - 1}$; $t = \dfrac{t_0 k}{\sqrt{k^2 - 1}}$

3.35. $v = u\dfrac{d}{\sqrt{d^2 + s^2}}$

3.36. $v = u\dfrac{h}{h\cos\alpha + l\sin\alpha}$

3.37. $t = \dfrac{l}{\sqrt{v^2 + u^2 + 2uv\cos\alpha}} = 147$ с

3.38. $L = 320$ м

3.39. при $h \leqslant vt$ $\alpha = \arcsin(h/vt)$, иначе не переплывет за время t

3.40. $s_{min} = 173$ м

3.41. $\beta = \arcsin\dfrac{v\sin\alpha}{u}$

3.42. $l = \dfrac{L}{\sqrt{5}}$; $t = \dfrac{2L}{5v}$

3.43. $l = L\dfrac{2 - \sin\alpha}{\sqrt{5 - 4\sin\alpha}}$

$t = \dfrac{L}{v\sqrt{5 - 4\sin\alpha}} \times$
$\times\sqrt{\dfrac{1 - (2 - \sin\alpha)^2}{5 - 4\sin\alpha}}$

3.44. $s_{min} = \dfrac{L\left|v_1\sin\alpha - v_2\sin\alpha\right|}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha + \beta)}}$

3.45. да, может

3.46. $\alpha = \arccos(v/u)$; $w = \sqrt{u^2 - v^2}$; $\beta = 90^\circ$

3.47. $v = \sqrt{c^2 - \dfrac{L^2}{t^2}}$

3.48. $\alpha = 54^\circ$

3.49. $v = 132$ км/ч

3.50. $v = 33$ м/с

3.51. $t_1 = t\dfrac{c + v\cos\alpha}{c}$;

$t_2 = t\dfrac{c + v\cos\alpha}{c - v\cos\alpha}$

3.52. $s = \dfrac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}}$

3.53. $\alpha = \arcsin(u/v)$

3.54. если $v < c$ то $\beta = 90^\circ - \alpha$, если $v > c$, то $\beta = \alpha \pm \arcsin(v\cos\alpha/c)$ $\beta = \arcsin(v\cos\alpha/c) - \alpha$ в зависимости от направлений по отношению к вертикали, по которым приходит звук

3.55. $v = 584$ м/с

3.56. $t = 2{,}85$ с; нет

3.57. $\Delta t = 0{,}8$ с

3.58. $t = \dfrac{uL}{v\sqrt{v^2 - u^2}}$

3.59. $R = 545$ м

3.60. $v_1 = vr/R$; $v_2 = v$

3.61. $t = \sqrt{\dfrac{L_1^2 + L_2^2}{v_1^2 + v_2^2}} \times$
$\times\cos\left(\operatorname{arctg}\dfrac{L_2}{L_1} - \operatorname{arctg}\dfrac{v_2}{v_1}\right)$

3.62. в бесконечное количество раз

3.63. $v_{max} = v(1 + \cos\alpha)$; $t = L/2v$; $s_{min} = \dfrac{L\sin\alpha}{\sqrt{2(1 + \cos\alpha)}}$

3.64. а) $s = 900$ м; б) $s = 670$ м

3.65. а) $2l/3v$; б) $2l/v$; в) $l/(v(1 - \cos(360/N))$

3.66. $v_м \leqslant 2$ см/с

3.67. а) $u = v$; б) $u = \sqrt{4w^2 + 4wv\cos\alpha + v^2}$ в) $u = \sqrt{v^2 + 4w^2 + 4vw\cos(\alpha - \beta)}$

3.68. $v_0 = 9v/4$; $u = 0{,}73v$

3.69. $u = 520$ м/с

3.70. $u = 720$ м/с

3.71. $v_0 = 1$ м/с; $v_1 = 3$ м/с

3.72. $v_1 = 12$ м/с; $v_2 = 21$ м/с

3.73. $v_0 = 0{,}4v$; $u = 0{,}3v$

3.74. $v_1 = 2u(n - 1)\operatorname{ctg}\alpha/(2 - n)$; $v_2 = 2u(n - 1)/(2 - n)\sin\alpha$

3.75. $n = \sqrt{1 + \dfrac{v^2}{u^2}}$

3.76. одновременно

3.77. $N = \dfrac{\pi dR^2 n\sqrt{v^2 + u^2}}{v}$

3.78. $u = va/h = 2$ м/с

3.79. $m = 16$ кг

3.80. а) $\alpha = \operatorname{arctg}(u/v)$;
б) $v_в = 17{,}3$ м/с

3.81. $n = (v\sin\alpha + w\cos\alpha)/w$;
$v_0 = w(1-\cos\alpha)/\sin\alpha$

3.82. $\alpha = 30^\circ$

3.83. $v_{\min} = 2$ м/с

3.84. $s = 23{,}6$ м

3.85. $v_{отн} = 1{,}6$ м/с

3.86. $t_{\min} = 71{,}4$ с; $s = 150$ м

3.87. $\beta_1 = \beta_2 = 12^\circ$; $v = 8{,}3$ м/с

3.88. второй в $n = 1{,}26$ раз быстрее

3.89. $u = 3$ км/ч

3.90. надо начинать плыть не доходя $l = \dfrac{dv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$, если $s < l$, то надо плыть сразу

3.91. $s = l + h\dfrac{w^2 + wv - u^2}{u\sqrt{(w+v)^2 - u^2}}$

3.92. $v = 9$ м/с; $v_1 = 1$ м/с;
$v_2 = 1{,}3$ м/с

3.93. $t_{\min} = 23{,}5$ мин, если двигаться по разные стороны дороги;
$t_{\min} = 24{,}6$ мин, если по одну сторону

3.94. $x = \dfrac{(l_1+l_2)\sqrt{1-\dfrac{u^2}{v^2}}}{2}$;
$y = \dfrac{l_1 - l_2}{2} - \dfrac{(l_1+l_2)u}{2v}$

3.95. $\beta = \operatorname{arctg}\dfrac{v - c\cos\alpha}{c\sin\alpha}$

3.96. $u = \dfrac{l\left|t_2^2 - t_1^2\right|}{t_1 t_2 (t_1 + 2t_2)}$

3.97. одинаково

3.98. $t_1/t_2 = 1$

3.100. $v_{отн} = 25$ км/ч

3.101. также, как и относительно A, только относительно B

3.102. по параболе $y = ax^2/v^2$

3.103. $t = \dfrac{\sqrt{2(v^2 + \sqrt{v^4 + H^2a^2})}}{a}$

3.104. $v_0 = \sqrt{a(L-l)}$

3.105. $v_в = 20$ км/ч; $v = 10$ км/ч

3.106. $u = \sqrt{2v^2 - 0{,}25v_1^2}$

3.107. ветер северо-западный;
$v_в = 10{,}6$ м/с

3.108. $u = 82{,}8$ км/ч; $\alpha = 63^\circ$

3.109. $u = 50$ км/ч

3.110. $L_{\min} = \dfrac{L}{2}$; $t_{\min} = \dfrac{\sqrt{3}L}{2v}$;
$\tau = \dfrac{L}{\sqrt{3}v}$

3.111. $l = 1{,}5$ км

3.112. $\tau = 5$ с

3.113. $d = 0{,}6R$

3.114. $t = \dfrac{L}{v(1-\cos\alpha)}$;
$s = \dfrac{2L\sin\left(\dfrac{\operatorname{ctg}(\alpha/2)}{2}\right)}{\sin\alpha}$

3.115. $t = 20$ с; $t_{\min} = 17{,}3$ с

3.116. $L/2$

3.117. $t = \dfrac{2L}{v(1+\sqrt{5})}$;
$v_в = \dfrac{v}{2}(1+\sqrt{5})$;
$v_{\max} = \dfrac{\sqrt{5+\sqrt{5}}}{2}v$

3.118. $s = 13l/16$

3.119. $t = 135$ мин;
$\tau = 127$ мин

3.120. $t = \dfrac{Hv}{v^2 - u^2}$

3.121. можно, $v_{\max} = 2{,}8$ км/ч

3.122. на расстоянии $l = hc/v$

3.123. с $v/2$ направленной вверх и с $a/2$ направленным вниз

3.124. $v = \dfrac{hL\sqrt{2Ha}}{(H+h)^2}$

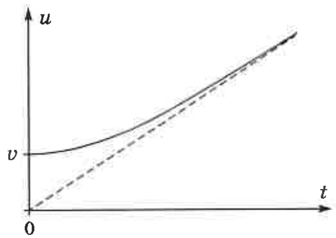
3.125. $u_{\min} = 0{,}5v$, при $\alpha = 30^\circ$ к горизонту на запад;
под $\beta = 60^\circ$ к горизонту на запад $u = \dfrac{v}{\sqrt{3}}$

3.126. $v_{отн} = u$

3.127. $v = 25$ м/с

3.128. нет

3.129. $u = 2{,}2$ м/с



3.130. $v_{AB} = 0$; $v_{BA} = v$

3.131. $v_{отн} = 1$ м/с

3.132. $s = L/2$; $\tau = L/v$

3.133. $v_{отн1} = 0{,}5v$; $v_{отн2} = 5{,}5v$

3.134. $v_{12} = 3v$; $v_{21} = 2v$

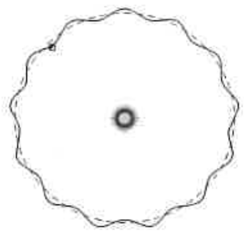
3.135. $v_1 = v_2 = 20$ м/с

3.136. $v_{0к} = 12{,}5$ м/с;
$v_{0з} = 13{,}5$ м/с

3.137. а) $v_{21} = v(l + R_1 + R_2)/R_1$;
$v_{12} = v(l + R_1 + R_2)/R_2$
б) $v_{21} = v(R_1 + R_2 - l)/R_1$;
$v_{12} = v(l + R_1 + R_2)/R_2$

3.138. $L_{\max} = (3+\sqrt{2})R$;
$L_{\min} = (3-\sqrt{2})R$;
$t = \dfrac{\pi R}{4v}$

3.139. $v_{мин} = 28{,}8$ км/с
$v_{макс} = 30{,}9$ км/с



3.140. а) прямая линия под углом $\alpha = \operatorname{arctg}(u/v)$ к направлению движения доски; б) прямая линия под углом $\alpha = \operatorname{arctg}(u/v)$ к направлению движения доски, но возможно произойдет остановка мела

3.141. $v > \dfrac{u(h+2a+b)}{2l}$;

$v < \dfrac{u(h-2a-b)}{2(l+a)}$

и при $a < 2bl/(h-b)$

$\dfrac{u(h-b)}{2l} < v < \dfrac{u(h+b)}{2(l+a)}$

3.142. $v_{min} = 0{,}4$ м/с;

$x_A = 0{,}43$ м; $y_A = 0{,}14$ м

3.143. $w = \sqrt{3}u$; $w_{мин} = u/2$

3.145. $u = 0{,}7$ м/с

3.146. $t = \dfrac{l}{v} + \dfrac{s}{u}$

3.147. $v = \dfrac{d + \sqrt{l^2 - d^2}}{t} = 3{,}1$ м/с

3.148. $v = 1$ м/с; $a = 0{,}02$ м/с^2

3.149. $t = \dfrac{l}{v\cos\alpha} + \dfrac{s}{u}$

3.150. $l = ut - \dfrac{ua}{v_0\cos\alpha}$; $l = 0$

3.151. под углом 50° к параллели в северо-западном направлении

3.152. $v_3 = 40$ км/ч

3.153. первый двигался на запад, второй на восток;

$\alpha = 28{,}4°$ на СЗ;

$v_0 = 13$ м/с;

$v_{min} = 13{,}3$ м/с

3.154. первый двигался на запад, второй на юг;

$\alpha = 63{,}4°$;

$v_0 = 44{,}7$ км/ч;

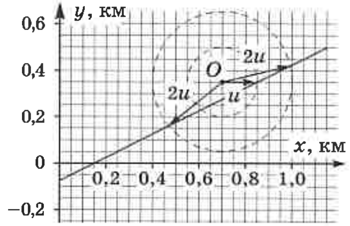
$v_2 = 30$ км/ч

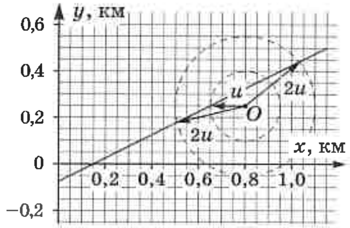
3.155. $s = 7{,}5$ м; $\tau = 5$ с

3.156. 1) западный;

2) $R = 400$ м;

3) $v/u = 2$





3.157. 1) на север;

2) $\alpha = 30°$ на СВ;

3) $v_0 = 10$ м/с;

4) $v_{min} = 5$ м/с;

5) $\tau = 400$ с;

6) $s = 4$ км

3.158. $v = 6$ см/с

3.159. $v = 45$ км/ч, остальные ответы не подходят для движения грузовика

3.160. $n = 4k$ с$^{-1}$,

где $k = 1, 2, 3, \ldots$,

лопасти на экране начнут вращаться в обратную сторону

Глава 4. ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

4.1. нет; да; да; да

4.2. нет

4.3. нет; да; нет; нет

4.4. 20 м/с, 14,1 м/с, 0 м/с

4.5. $\left|\overrightarrow{v_{ср}}\right| = \dfrac{2\sqrt{2}}{3\pi}v = 0{,}3v$

4.6. $T = 0{,}05$ с; $v = 25{,}1$ м/с

4.7. $v = 31$ м/с; $\omega = 105$ рад/с;

$a = 3300$ м/с$^2 \approx 330g$

4.8. $n = 160$ с$^{-1}$; $a = 330$ м/с^2

4.9. $n = 160$ мин$^{-1}$; $a = 330$ м/с^2

4.10. $\omega = 0{,}067$ рад/с;

$a = 0{,}44$ м/с^2

4.11. $v = 1$ км/с;

4.12. $v = 0{,}47$ км/с относительно центра Земли;

$v = 30$ км/с относительно Солнца

4.13. $R = 115 \cdot 10^3$ км;

$n = 0{,}05$ ч$^{-1}$;

$\omega = 8{,}7 \cdot 10^{-5}$ рад/с

4.14. $v = 7{,}9$ км/с

4.15. $\dfrac{v_2}{v_1} = 2$

4.16. нельзя дать однозначный ответ

4.17. $\dfrac{a_2}{a_1} = 2$

4.18. $\dfrac{T_1}{T_2} = \sqrt{2}$

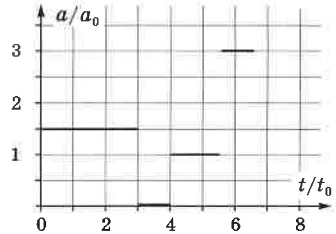
4.19. а) при движении по параболе;

б) при движении по окружности;

в) ускорения равны

4.20. a_A – max; a_B – min

4.21. $a_0 = \dfrac{v^2}{3R}$; $t_0 = \dfrac{\pi R}{v}$



4.22. a_{FE} – max; a_{ED} – min

4.23. $n = 1{,}6$ с$^{-1}$

4.24. $v = 1{,}5$ м/с

4.25. $v = 0{,}1$ м/с; $a = 0{,}11$ м/с^2

4.26. $a = \dfrac{4\pi^2 R_1^2 R_3}{T_1^2 R_2^2}$

4.27. $\dfrac{v_2}{v_1} = 18$; $\dfrac{a_2}{a_1} = 216$

4.28. $\dfrac{\Delta\omega}{\omega} = 0{,}35\%$;

$\dfrac{\Delta a}{a} = 0{,}12\%$

4.29. $t = 2{,}2$ с

4.30. $v = 19$ м/с, или

$v = 400$ м/с

4.31. $v = 628$ м/с

4.32. $n = 12$ с$^{-1}$

4.33. $a = 12{,}5$ м/с^2

4.34. $\tau_{BC} = \pi\tau_{AB}$

4.35. $v = \omega t\,\mathrm{tg}\,\alpha$

4.36. $v = \dfrac{2l\omega}{\cos\alpha}$;

$v = \omega l\left(\dfrac{2-\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)$

4.37. $r = \dfrac{v^2}{a\sin\alpha}$

4.38. $\dfrac{a_n}{a_\tau} = \operatorname{tg}\alpha$

4.39. $\omega = 2$ рад/с; $\beta = 0{,}1$ рад/с^2

4.40. $a = 8{,}2$ м/с^2

4.41. $a = 1{,}4$ м/с^2

4.42. а) $t = 17{,}7$ с;

$v_{ср} = 0{,}89$ м/с;

$\left|\overrightarrow{v_{ср}}\right| = 0{,}56$ м/с;

$a_{ср} = 0{,}1$ м/с^2

б) $t = 12{,}5$ с;

$v_{ср} = 0{,}63$ м/с;

$\left|\overrightarrow{v_{ср}}\right| = 0{,}57$ м/с;

$a_{ср} = 0{,}1$ м/с^2

4.43. а) $|v|_{ср} = 1{,}6$ м/с;

$|v_{ср}| = 1$ м/с;

$a_{ср} = 0{,}31$ м/с^2

б) $|v|_{ср} = 0{,}79$ м/с

$|v_{ср}| = 0{,}71$ м/с

$a_{ср} = 0{,}16$ м/с^2

4.44. $t = \sqrt{\dfrac{2R}{a}} = 2{,}8$ с

4.45. $\operatorname{tg}\alpha = at^2/R$

4.46. $v = \sqrt{Ra_n} = 2{,}1$ м/с;

$a_\tau = a_n \operatorname{tg}\alpha = 3{,}8$ м/с^2

4.47. $a_0 = a_\tau\sqrt{1 + \dfrac{a_\tau^2 t^4}{R^2}} = 9$ м/с^2

4.48. $\Delta v = 87$ м/с; $\omega = 5\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$

4.49. $\omega = 4$ рад/с; $\beta = 4$ рад/с^2;

$v = 0{,}4$ м/с; $a_n = 1{,}6$ м/с^2;

$a_\tau = 0{,}4$ м/с^2; $a = 1{,}65$ м/с^2

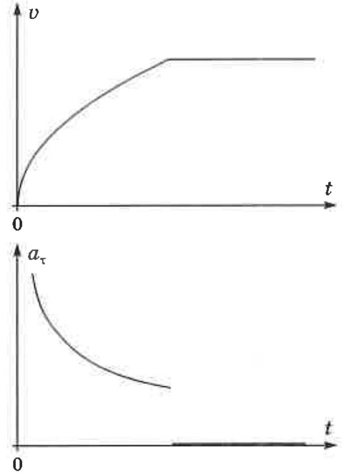
4.50. $\omega = 2$ рад/с; $\beta = 2$ рад/с^2;

$v = 0{,}4$ м/с; $a_n = 0{,}8$ м/с^2;

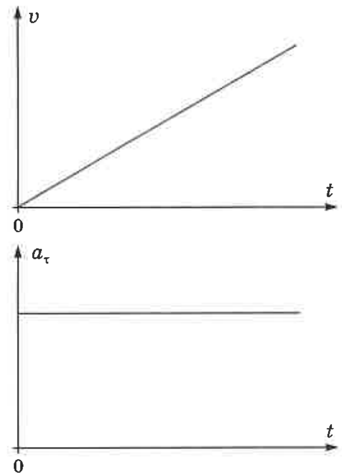
$a_\tau = 0{,}4$ м/с^2; $a = 0{,}9$ м/с^2

4.51. $t = 20$ с

4.52. а)



б)



4.53. а) 5,2 рад; 15; 0; 0,14 м/с^2

б) 5,1 рад; 2; 5; 20 м/с^2

4.54. $a(t) = k\sqrt{1 + \dfrac{k^2t^4}{R^2}}$

4.55. $a_0 = a\sqrt{1 + \dfrac{4\pi^2}{25}} = 0{,}8$ м/с^2

4.56. $a_{11} = v^2/l$; $a_{21} = 2v^2/l$;

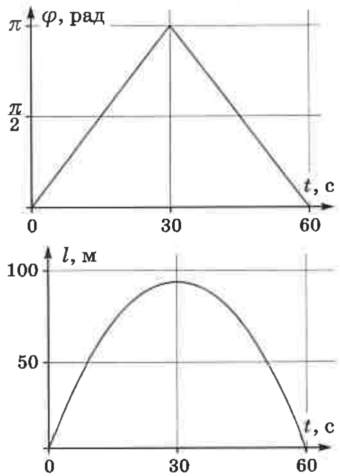
$a_{12} = 3v^2/l$; $a_{22} = 6v^2/l$

4.57. $t = 4{,}2$ с

4.58. $t_1 = 157$ с; $t_2 = 73{,}3$ с

4.59. $v_м = 52$ км/ч

4.60. $t = 30$ с



4.61. $v = 108$ км/ч

4.62. а) $n = 1$

б) $n = 23$

4.63. 1416 раз

4.64. через 12/11 ч = 1,1 ч

4.65. через $t_1 = 22$ мин или

$t_2 = 44$ мин

4.66. $T = 90$ с

4.67. через $t = 10{,}9$ мин

4.68. $v = 12$ м/с

4.69. $u = \sqrt{v^2 + (2\pi Rn)^2}$

4.70. $w = \sqrt{v^2 + \left(u + \dfrac{2\pi R}{T}\right)^2}$

4.71. а) $a = 1{,}15$ м/с^2

б) $a = 0{,}12$ м/с^2

4.72. $h = 4{,}4$ м

4.73. $u = \sqrt{(2\pi Rn)^2 + v^2} =$

$= 25{,}1$ м/с

$a = 4R(\pi n)^2 = 3158$ м/с^2

4.74. $a = \pi gd/h$

4.75. $a = \dfrac{(2\pi Rv)^2}{R((2\pi R)^2 + h^2)}$

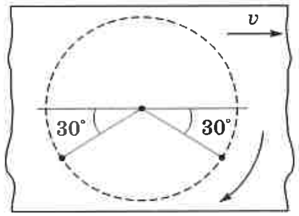
4.76. $v_3 = 103{,}9$ м/с;

$a_3 = 2{,}04$ м/с^2

4.77. $\omega = \dfrac{(2n+1)\pi v}{2R}$; $n \in Z$

4.78. $v_{\min} = 0{,}5v$; $v_{\max} = 1{,}5v$;

$s = 2R\sqrt{1+\pi^2}$; $\alpha_{\max} = 30°$



4.79. $a = 4{,}5$ м/с^2

4.80. $k = 1/(4\pi) = 0{,}08$

4.81. $a = 8$ м/с^2

4.82. $v(t) = kRT/2$

4.83. $l = \pi R/4$

4.84. $a = \dfrac{\sqrt{109}}{3}a_0$

4.85. $a = \dfrac{v_1v_2}{L}$

4.86. $t = 10$ мин; в точке B

4.87. $l = 2\sqrt{R_1^2 + R_2^2}$

4.88. разворот совершается в одну сторону $s = l - 2\dfrac{v^2}{a}$ при $l > 2v^2/a$, иначе $s = 0$; развороты в разные стороны $s = \sqrt{l^2 + 4\dfrac{v^4}{a^2}} - 2\dfrac{v^2}{a}$

4.89. при $l > l_0$, $l_0 = \dfrac{4+\pi^2}{2\pi}\dfrac{v^2}{a}$ самолеты не потеряют друг друга;

$$\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{v} - \frac{\pi v}{a}\right)$$

4.90. $n = \dfrac{1+\pi}{2\sqrt{\pi}} = 1,17$

4.91. $l = 4R$

4.92. $t = 2,2$ года

4.93. $\tau = 9,3$ ч

4.95. $N_2 = 367$ дней

4.96. 1 оборот

4.97. $\tau = 4$ мин

4.98. $t = 179$ сут

4.99. $c = 3,03 \cdot 10^5$ км/с

Глава 5. КРИВОЛИНЕЙНОЕ РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

5.1. $y = \dfrac{gx^2}{2v_0^2}$

5.2. $y = \dfrac{gx^2(1+\mathrm{tg}^2\alpha)}{2v_0^2} + x\,\mathrm{tg}\alpha$

5.3. $y = \dfrac{ax^2}{2v_0^2}$; $R = 16,1$ м

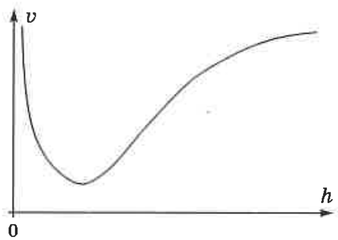
5.4. $H = 5$ м; $\alpha = \mathrm{arctg}2 = 63,4^\circ$

5.5. $v_0 = 10,3$ м/с

5.6. $s = 8$ м

5.7. $v = \sqrt{\dfrac{gs^2}{2h} + 2gh}$;

$h_0 = s/2$



5.8. да, может

5.9. $v_0 = \sqrt{5gR}$

5.10. $m = 2$ кг

5.11. $s = 5$ м

5.12. $v_0 = 5,2$ м/с; $\alpha = 73,3^\circ$

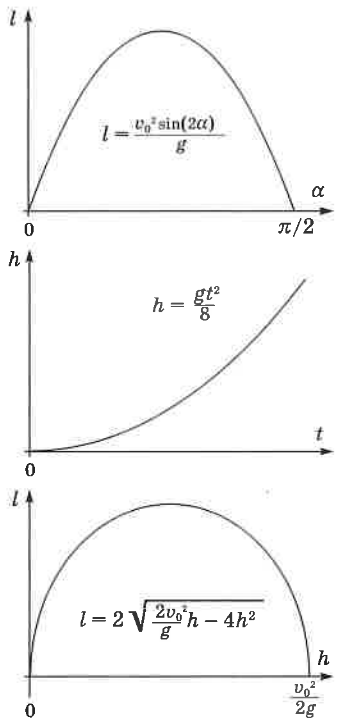
5.13. $H = 2,9$ м

5.14. $H_1/L_1 = \dfrac{1}{16k}$

5.15. $l = \dfrac{g\tau^2}{2\sqrt{k^2-1}}$

5.16. $\alpha_1 = 15^\circ$; $\alpha_2 = 75^\circ$

5.17.



5.18. $L = 43$ км; существует второй ответ

5.19. $s = t\sqrt{v_0^2 + gh - \dfrac{g^2t^2}{4}}$

5.20. $s = 23,1$ м

5.21. $v_{\min} = \dfrac{s}{\cos\alpha}\sqrt{\dfrac{g}{2(h + s\,\mathrm{tg}\alpha)}}$

5.22. $\Delta h = 8$ см

5.23. $v_0 = 9,2$ м/с

5.24. $L = \dfrac{2v_0^2}{g(tg\alpha + tg\beta)}$

5.25. $h = \dfrac{v_0^2\mathrm{tg}^2\varphi}{2g}$

5.26. $v_0 = 14$ м/с; $t_0 = 1$ с;
$s = 10$ м

5.27. а) $\alpha = 0,5\arcsin\dfrac{4gl}{v_0^2}$;

б) $\alpha = \arcsin\dfrac{\sqrt{2gh}}{v_0}$;

в) $\alpha = \mathrm{arctg}(h/l)$;

г) $\alpha = \arccos(v/v_0)$

5.28. $l = 13$ м

5.29. $l = 4,8$ м

5.30. $v_0 = 4R/(\tau\cos\alpha)$

5.31. $v = \sqrt{\dfrac{2\pi Rgn}{\sin 2\varphi}}, n \in 1, 2, 3, \ldots$

5.32. $n = 14$

5.33. $n = 14$

5.34. $H = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$;

$$L = 2(v + v_0\cos\alpha)\frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

5.35. $\alpha = \mathrm{arctg}(h/L)$

5.36. $v_0 = 18,6$ м/с

5.37. $s_{\min} = 10$ м

5.38. $H = 4$ м

5.39. $v_2 = 10,8$ м/с

5.40. $s = \dfrac{\sqrt{5}\,v_0^2}{g}$

5.41. $L = v_0\tau\sqrt{2(1 + \cos(\alpha_1 + \alpha_2))}$;

$$v_{0\min} = \frac{gs}{v_1 + v_2}$$

5.42. $\tau = 0,61$ с; $s = 10$ м

5.43. $\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 60^\circ$

5.44. $t_2 = 2$ с

5.45. $L = 200$ м; $v = 364$ км/ч

5.46. $\sin\alpha = 0{,}8$; $v_м = 0{,}5$ м/с

5.47. $v = 14{,}1$ м/с под углом 45° к горизонту; $s = 28$ м

5.48. $L = \tau\sqrt{v_0^2 - \dfrac{g^2\tau^2}{4}}$

5.49. $L = \tau\sqrt{v_0^2 + \dfrac{g^2\tau^2}{4} - v_0 g\tau\sin\alpha}$

5.50. $\tau_1 = 1{,}5$ с; $\tau_2 = 2$ с

5.51. $s = 35$ м

5.52. $H = 3{,}2$ м

5.53. $s = 7{,}6$ м

5.54. $t = 0{,}6$ с

5.55. $t_1 = 0{,}6$ с; $t_2 = 1{,}2$ с

5.56. $t_0 = 2{,}2$ с

5.57. $v = 17{,}3$ м/с

5.58. $\varphi = \operatorname{arctg}(gt/2v_0)$

5.59. $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{v_0\sin\alpha - 0{,}5gt}{v_0\cos\alpha}$

5.60. $\operatorname{tg}\alpha = 2\operatorname{tg}\beta$

5.61. $\operatorname{tg}\alpha = 2\operatorname{tg}\beta$

5.62. $s = g\tau^2/2$

5.63. ОДЗ: $\alpha \geqslant \arcsin\sqrt{\dfrac{8}{9}}$;

$$t_1 = \frac{v_0\left(3\sin\alpha - \sqrt{9\sin^2\alpha - 8}\right)}{2g};$$

$$t_2 = \frac{v_0\left(3\sin\alpha + \sqrt{9\sin^2\alpha - 8}\right)}{2g}$$

5.64. $h = \dfrac{9v^2}{121g}$; $\beta = 25{,}3°$

5.65. $v_1 = g\tau\cos\alpha$; $v_2 = g\tau\sin\alpha$

5.66. $L = \dfrac{(v_1+v_2)\sqrt{v_1v_2}}{g} = 31{,}2$ м

5.67. $s = \dfrac{2v_0^2\operatorname{tg}\alpha}{g}$

5.68. $s = \dfrac{v_0^2}{g}\left(\operatorname{tg}\alpha + \sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha + \dfrac{2gh}{v_0^2}}\right)$

5.69. $\alpha = 90° - \beta = 60°$

5.70. $t = 3{,}2$ с; $s = 24{,}8$ м

5.71. $\alpha = \operatorname{arctg}2 = 63{,}4°$

5.72. $\alpha = 60°$

5.73. $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{g\tau\cos\beta}{2v_0}\right) + \beta$

5.74. а)

$$\sin(2\alpha+\beta) = \frac{gL\cos^2\beta}{v_0^2} - \sin\beta$$

б)

$$\sin(2\alpha-\beta) = \frac{gL\cos^2\beta}{v_0^2} + \sin\beta$$

5.75. $t = (v\operatorname{tg}\alpha)/g$

5.76. $v_0 = v\sqrt{4\operatorname{tg}^2\alpha + 1}$;

$$\tau = \frac{v\operatorname{tg}\alpha}{g};$$

$$l = \frac{2v^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}$$

5.77. $\beta = \arccos\dfrac{1}{1 + 4\operatorname{tg}^2\alpha}$

5.78. $v_0 = 10$ м/с

5.79. $s = \dfrac{2v_0^2\cos\beta\sin(\beta-\alpha)}{g\cos^2\alpha}$;

$$t = \frac{2v_0\sin(\beta-\alpha)}{g}$$

5.80. $\tau = 2{,}3$ с; $s_1 = 13{,}3$ м; $s_2 = 40$ м

5.81. $H = h/4$

5.82. $v_1 = 1$ м/с

5.83. $s_1{:}s_2{:}s_3{:}\ldots = 3{:}5{:}7{:}\ldots$

$t_1{:}t_2{:}t_3{:}\ldots = \sqrt{6}{:}\sqrt{10}{:}\sqrt{14}\ldots$

5.84. $n = 2$

5.85. при $\theta < \operatorname{arctg}(0{,}5)$

$$d = \frac{H}{\cos\theta - \sin\theta};$$

$$h = \frac{1 - 2\operatorname{tg}\theta}{2 - 2\operatorname{tg}\theta}H$$

при $\theta \geqslant \operatorname{arctg}(0{,}5)$

$$d = \frac{4H\operatorname{tg}\theta}{\cos\theta};\ h = 0$$

5.86. $t_1 = 1$ с; $s_{max} = 1{,}8$ м; $t_2 = 1{,}2$ с

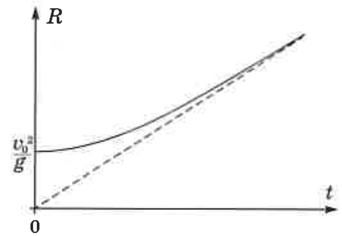
5.87. $L = v^2\sin2\beta/g\sin\alpha$

$t = 2v\sin\beta/g\sin\alpha$

5.88. $t = 2$ с

5.89. $a_n/a_\tau = 1{,}1$

5.90.



5.91. $h = 1260$ м

5.92. $R_0 = \dfrac{v_0^2}{g\cos\alpha}$;

$$R = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g};$$

$$a_n = \frac{gv_0\cos\alpha}{\sqrt{v_0^2 + g^2\tau^2 - 2v_0g\tau\sin\alpha}}$$

$$a_\tau = \frac{g(g\tau - v_0\sin\alpha)}{\sqrt{v_0^2 + g^2\tau^2 - 2v_0g\tau\sin\alpha}}$$

5.93. $R = \dfrac{(v^2 + g^2t^2 - 2vgt\sin\alpha)^{\frac{3}{2}}}{gv\cos\alpha}$

5.94. $\alpha = 54{,}7°$

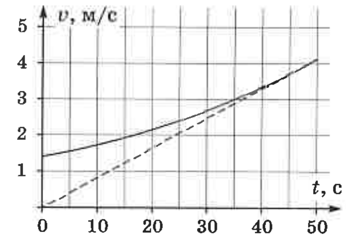
5.95. $\omega = 0{,}9$ рад/с

5.96. $a = g/\cos^2\alpha$

5.97. $a = g\cos\alpha$

5.98. $a = g\cos\alpha/\sin^2\alpha$

5.99. а)



5.100. $h_2 = 2H/3$; $h_{max} = h/2$

5.101. $v_{min} = 32$ м/с

5.102. $v_0 = \sqrt{\left(\dfrac{L^2}{8d} + 2(H+d)\right)g}$

5.103. если $\dfrac{gH}{v_0^2} > \dfrac{3}{16}$, то

$$d = \frac{v_0^2}{g}\sqrt{1 - \frac{4Hg}{v_0^2}};$$

если $\dfrac{gH}{v_0^2} \leqslant \dfrac{3}{16}$, то

$$d = \frac{v_0^2}{g}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4Hg}{v_0^2}}\right);$$

если $v_0^2 \gg gH$, то $d = 2H$

5.104. $v = 2$ м/с; $\varphi = 18{,}4°$

5.105. $s = \dfrac{2v_0^2\sin\alpha}{g}$ против g на север под углом α к вертикали

5.106. $h_1 = 5{,}8$ м; $h_2 = 11{,}5$ м

5.107. $T = 2{,}2$ с; $s = 23{,}3$ м

5.108. $\alpha \leqslant 70{,}5^\circ$

5.109. $v_0 = 16$ м/с

5.110. $v_{\min} = 10$ м/с

5.111. $L = \dfrac{v_0^2}{g}\sin\left(2\left(\alpha + \arcsin\dfrac{\sqrt{gl\sin 2\alpha}}{v_0}\right)\right)$

5.112. $L = \dfrac{v^2}{g}(\sin^2\alpha \cdot \mathrm{ctg}\beta + \cos^2\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta)$

5.113. $\tau_1 = 4$ с; $\tau_2 = 2$ с; $v = g\tau/2\alpha$

5.114. $v = 15{,}8$ м/с; $h = 10$ м

5.115. $h = gt_1t_2/2 = 6$ м

5.116. $s = g\tau^2/2 = 5$ м

5.117. $s = gt_1t_2/2 = 6$ м

5.118. $H = 2{,}8$ м; $s_{л}/s_{м} = 1$

5.119. если $v_0^2 < 2gH$, то $L = v_0\sqrt{\dfrac{8H}{g}}$; если $v_0^2 \geqslant 2gH$, то $L = 2H + \dfrac{v_0^2}{2g}$

5.120. $\gamma = 51{,}7^\circ$; $v_2 = 4{,}41v_0$

5.121. $t = 109$ с

5.122. $v_{\min} = 36$ м/с; $v_{\max} = 45$ м/с

5.123. при $\alpha = 40^\circ$

5.124. $\Delta v = 28{,}6$ м/с

5.125. $v_0 = 6{,}6$ м/с; $\alpha = 20^\circ$

5.126. $t = v(\cos\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha - \sin\beta)/g$

5.127. $t = 1{,}4$ с

5.128. $t = 2{,}6$ с

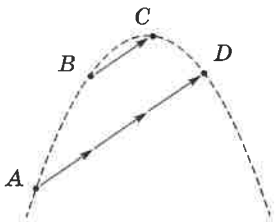
5.129. $L = 10{,}9$ м

5.130. в кольцо №6

5.131. $a = 2{,}4$ м/с^2; $v_{в} = 1{,}2$ м/с

5.132. $t = 3{,}5$ с

5.133.



5.134. $v_0 = 20$ м/с

5.135. $t = \dfrac{v_0}{g}\left(\sin 2\alpha + \cos 2\alpha\,\mathrm{ctg}\dfrac{3\alpha}{2}\right)$

5.136. $v_1 = \dfrac{gt}{\sqrt{2}}$

5.137. $\beta = 90^\circ$

5.138. $v_0 = 18$ м/с

5.139. $v_0 = 78{,}8$ м/с

5.140. $s = R\sqrt{1 + \dfrac{8\pi^2 h}{gT^2}}$

5.141. $m = 22$ г

5.142. $R = \dfrac{gT^2}{2\sqrt{2}}$

5.143. $R = \dfrac{gT_1T_2}{2\sqrt{2}}$

5.144. $T = \dfrac{v}{g}\sin\left(\arcsin\dfrac{\sqrt{2}\,Rg}{v_0^2}\right) + \dfrac{v}{2g}\cos\left(\arcsin\dfrac{\sqrt{2}\,Rg}{v_0^2}\right)$

5.145. $r = \dfrac{R}{2\sqrt{2}}$; $v_{\min} = \sqrt[4]{\dfrac{1}{8}}\sqrt{gR}$

5.146. $t = \sqrt{\dfrac{32\sqrt{10}\,R}{3g}}$

5.147. $R = \dfrac{(v\cos\alpha + \omega r)^2}{\omega^2 r + g}$

5.148. $t = 2N\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

5.149. $s_{\max} = \dfrac{4v_0^2\sin\alpha}{g}$

5.150. $h = v^2/2g$; $N = \mathrm{ctg}^2\alpha$

5.151. $N = \mathrm{ctg}\,\gamma \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha$

5.152. $N = 19$

5.153. $t = \sqrt{\dfrac{2(L + H\sin\alpha)}{g\sin\alpha}}$

5.154. $t = \dfrac{1}{g\sin\alpha}\left(v\cos\alpha - \sqrt{v^2\cos^2\alpha - 2gl\sin\alpha}\right)$;

ОДЗ: $v\cos\alpha > \sqrt{2gl\sin\alpha}$, иначе не вылетит

5.155. $t = L/(v\cos\beta)$

5.156. $s_{\min} = 170$ м

5.157. $L = 38$ м; $L_0 = 64$ м

5.158. $v = \sqrt{2gH}$; $L_{\max} = H$ пластину на $H/2$ под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту

5.159. $\alpha = 40{,}6^\circ$

5.160. $v_0 = \sqrt{g(h + \sqrt{h^2 + L^2})}$; $\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}$

5.161. $v_0 = \dfrac{\sqrt{2gh}}{\sin\alpha}$; $L = 2h\,\mathrm{ctg}\,\alpha$

5.162. $v_0 = \sqrt{\dfrac{gL^2(1 + \mathrm{tg}^2\alpha)}{2(L\,\mathrm{tg}\,\alpha - h)}}$

5.163. если $h < \dfrac{ab}{a+b}$, то $\alpha = \pi/4$; $v = \sqrt{g(a+b)}$;
если $h > \dfrac{ab}{a+b}$, то $\alpha = \mathrm{arctg}\,(h(a+b)/ab)$;
$v = \sqrt{\dfrac{gab}{2h}} \times \sqrt{\left(1 + \left(\dfrac{h(a+b)}{ab}\right)^2\right)}$

5.164. $v_0 = 9{,}2$ м/с

5.165. $v_0 = \sqrt{(l + 2h)g}$; $\cos\gamma = \sqrt{\dfrac{l}{2(l + 2h)}}$

5.166. $v_0 = \sqrt{g\left(H + h + \sqrt{(H-h)^2 + l^2}\right)}$

5.167. $v_0 = \sqrt{2\sqrt{2}\,gR}$

5.168. $v_0 = \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)gR}$

5.169. при $\alpha > \pi/4$ $v_{\min} = \sin\alpha\sqrt{2gH}$
при $\alpha < \pi/4$ $v_{\min} = \sqrt{gH\mathrm{tg}\alpha}$

5.170. $v_0 = \sqrt{2gR\sqrt{2 + \mathrm{tg}^2\alpha}}$

5.171. $\alpha = 45^\circ$

5.172. $v_0 = 11{,}5$ м/с; $L = 0$

5.173. $v_0 = 11$ м/с; $L = 4$ м;
$\alpha = 90^\circ$

5.174. пока решения нет

5.175. $\alpha = \arccos\left(\dfrac{v_0^2}{2gh}\right) = 30^\circ$

5.176. $\alpha = 50{,}4^\circ \neq 50^\circ$!

5.177.
$$v_0 = \sqrt{\left(2\cos\alpha + \frac{(1-\operatorname{tg}\alpha)^2}{2}\right)gR}$$

5.178. $v_0 = \sqrt{gR(\sqrt{2}-1)}$;
$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gR}}$$

5.179. $\alpha = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}^2(\beta/2))$

5.180. $v_0 = \sqrt{\dfrac{g}{2a}+2gh}$

5.181. $v_{0\min} = \dfrac{1}{\cos\alpha}\sqrt{\dfrac{g}{2a}}$

5.182. $x = 6{,}3$ м

5.183. $h_{\max} = 7{,}2$ м

5.184. при $gR \leqslant v_0^2$
$$h_{\max} = \frac{gR^2}{2v_0^2}+\frac{v_0^2}{2g}$$
при $gR > v_0^2$ $h_{\max} = 2R$

5.185. при $v_0^2 > gR$
$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2}+\frac{gR^2}{2v_0^2}+\frac{v_0^2}{2g}$$
иначе сшивка параболы и дуги окружности

5.186. $u = \sqrt{\pi nRg}$, где n — число оборотов

5.187. $t = 0{,}5$ с

5.188. $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gh}}$

5.189.
$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{g(\sqrt{s^2+h^2}-h)}}{\sqrt{g(\sqrt{s^2+h^2}-h)+2gh}}$$

5.190. $t = \sqrt{\dfrac{2L}{g}}$

5.191. $v_{0\min} = \sqrt{g(\sqrt{h^2+s^2}-h)}$;
$$t = \sqrt{2\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{g}}$$

5.192. $\alpha = 45^\circ + \beta/2$

5.193. $s_{\max} = 55{,}3$ м

5.195. $v_0 = \dfrac{v\left(h+\dfrac{gs^2}{2v^2}\right)}{s}$

5.196. $v_0 = \dfrac{v\left(h+\dfrac{g(s+d)^2}{2v^2}\right)}{s+d}$

5.197. $a = 2sv\sin\alpha - 4hv\cos\alpha$;
$b = s\sin 2\alpha - 2h\cos^2\alpha$
$$v_0 = \frac{-a+\sqrt{a^2-4(2hv^2-gs^2)b}}{2b}$$

5.198. $a = 4hv_0\cos\alpha - 2sv_0\sin\alpha$
$$v = \frac{1}{4h}(-a+(a^2-8h(2hv_0^2\cos^2\alpha-$$
$$-sv_0^2\sin 2\alpha - gs^2))^{\frac{1}{2}});$$

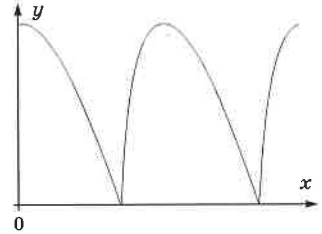
5.199. $t = \dfrac{v_0\sin\alpha(v_0\cos\alpha+2v)}{g(v_0\cos\alpha+v)}$

5.200.
$$l = (v^2+(v_0\cos\alpha)^2+$$
$$+2vv_0\cos\alpha\cos\varphi)^{\frac{1}{2}}\frac{2v_0\sin\alpha}{g}$$

5.201. $u_1 = 2$ м/с; $u_2 = 0{,}5$ м/с;
$s = 3$ м

5.202. $v = 10$ м/с; не будут

5.203. $r = v^2/(g\sin^2\alpha)$



5.204. $L_{\max} = 200$ м

5.205. $s = \dfrac{6v_0^2a}{g^2}$

5.206. $v_{\min} = 0$

5.207. $v = \sqrt{gH}$

5.208. $\alpha = 48^\circ$; $L_{\max} = \dfrac{1{,}1v_0^2}{g}$

5.209. если $v_0 \leqslant \sqrt{2gH}$,
то u любая;
иначе $u > \sqrt{v_0^2-2gH}$

5.210. $v_{\min} = 535$ м/с; $\alpha = 0{,}5^\circ$

5.211. $v_{\min} = \sqrt{2gh}\cos^2\alpha$;
$L = 2\sqrt{2}\,h$

5.212. $s_{\max} = 1{,}25$ м; $t = 0{,}4$ с;
$u = 2$ м/с

5.213. $u = 0{,}7$ м/с

5.214. $L = \dfrac{2\sqrt{2}\,v_0^2}{g}$

5.215. $v_{\max} = 50$ м/с

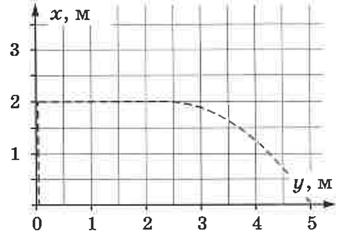
5.216. $a_{\max} = 2{,}5$ м/с^2;
$v_{\max} = 45{,}3$ м/с

5.217. $L = 3{,}9$ м

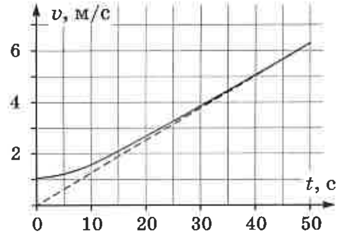
5.218. $L = 500$ м; $v_{\text{отн}} = 48$ м/с

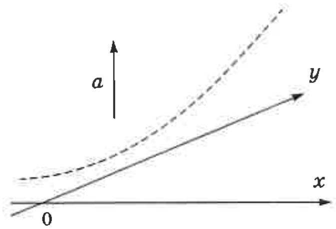
5.219. движение длилось дольше на третьем участке

5.219 (продолжение)



5.220. $l = s = 165$ м





5.221. $\omega = 0{,}0029$ рад/с

5.222. $v = 12$ м/с

Глава 6. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ

6.1. да; да

6.2. $u = \sqrt{3}\,v = 78$ км/ч

6.3. $u = v/\cos\alpha$;

$a = \dfrac{v^2 \mathrm{tg}^2\alpha}{L}$

6.4. $u = v/\cos\alpha$

6.5. $w = \dfrac{u+v}{2\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)} = 9$ м/с

6.6. $v_{1\max} = v_2/\cos\alpha$;

$v_{1\min} = v_2\cos\alpha$

6.7. $u = \dfrac{v_1 v_2 \sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 - 2v_1 v_2\cos\alpha + v_2^2}}$

6.8. а) $b_x = 1{,}5a$

6.9. а) $2a_2 = a_1$

6.10. а) $v_a = 2v$

6.11. с $v = 1$ см/с влево

6.12. а) $v_A = v/2$

6.13. $v_A = v/5$

6.14. $v_A = 3v/14$

6.15. $\omega = 1/2$ рад/с

6.16. $u = (v_A + v_B)/2$ если v_B в другую сторону;

$u = |(v_A - v_B)|/2$ если в ту же

6.17. $v_B = \dfrac{v_A\cos\alpha}{\cos\beta}$;

$\gamma = \mathrm{arctg}\dfrac{\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta}{2}$;

$u = v_A\dfrac{\cos\alpha}{\cos\gamma}$

6.18. б; в; е

6.19. а) $O\,(1;-1)$; $u = v$;

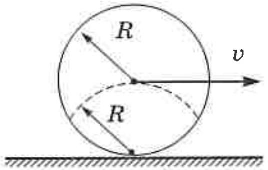
$v_C = 0{,}8v$ против x под углом 90° к оси y

6.20. а) $O\,(1;6)$; $v_C = 1{,}25v$

6.21. указание: найдите мгновенный центр вращения тела

6.22. $v_B = v/\sin\alpha$

6.25.



6.26. а) таких точек нет;

б) $u = 2v\cos\alpha$

6.27. $u = v/(1 - \mathrm{tg}\,\alpha) = 2{,}4$ м/с

6.28. $v_C = v_D = \sqrt{\dfrac{v_A^2 + v_B^2}{2}}$

6.29. $u = v(R - r)/r$

6.30. $u = (v_1 + v_2)/2$

6.31. $u = (rv_1 + Rv_2)/(R + r)$

$\omega = (v_1 - v_2)/(R + r)$

6.32. $\Delta l = 24$ см

6.33. $u_1 = 2(v_1 - v_2)$;

$u_2 = 2v_2$

6.34. $\omega = |v_1 - v_2|/2R$

6.35. $\omega = v/(r_1 + r_2)$

6.36. $\omega = v_0/(R - r)$;

$u = v_0 R/(R - r)$

6.37. $u = vR\cos\alpha/(R\cos\alpha - r)$

6.38. $v_0 = Rv/(R\sin\alpha - r)$

6.39. $v_0 = v/(1 + \sin\alpha)$

6.40. $\omega = \dfrac{v\sin\alpha}{r(1+\sin\alpha)}$;

$v_0 = \dfrac{v}{1+\sin\alpha}$

6.41. $u = v\dfrac{r}{R\sin\alpha + r}$

6.42. а) $v = \omega R/\sin\alpha$;

б) $u = \omega R(1 - \sin\alpha)/\sin\alpha$

6.43. $v_0 = \dfrac{\omega r}{\sin\alpha}$;

$v_1 = \dfrac{\omega\,|r - R\sin\alpha|}{\sin\alpha}$

6.44. $v_0 = \dfrac{\omega R}{\sin\alpha}$;

$v_1 = \omega\left|\dfrac{R}{\sin\alpha} - r\right|$

6.45. $v = \dfrac{\omega R}{\cos\dfrac{\alpha}{2}}$

6.46. $v = 0{,}5(\omega_2 r_2 - \omega_1 r_1)$

6.47. $n = \dfrac{n_1 R + n_2 r}{R - r}$

6.48. $a = \dfrac{v_0^2}{2d}$

6.49. $a = \sqrt{5}\,a_0$

6.50. вниз и вправо под углом

$\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{a_0 R}{v_0^2}$;

$a = \sqrt{a_0^2 + \left(\dfrac{v_0^2}{R}\right)^2}$

6.51. $v_1 = 0$ м/с;

$v_2 = 2{,}8$ м/с;

$v_3 = 4$ м/с;

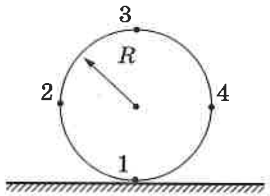
$v_4 = 2{,}8$ м/с;

$a_1 = 4{,}0$ м/с^2;

$a_2 = 6{,}3$ м/с^2;

$a_3 = 5{,}7$ м/с^2;

$a_4 = 2{,}8$ м/с^2;



6.52. $v_B = 8\omega R$

6.53. в 8 раз

6.54. $v_{ср} = 8r/T$; $v_{\max} = 4\pi r/T$

6.55. $v_A = \sqrt{\dfrac{v_1^2 + v_2^2}{2}}$;

$a_A = \dfrac{(v_1 + v_2)^2}{L\sqrt{2}}$

6.56. $v_C = 2\omega l$; $a_C = 2\omega^2 l$

6.57. $a = \dfrac{v_0^2}{4l\sin^2\alpha\cos\alpha}$

6.58. $u = v_0/(2\cos\alpha)$ перпендикулярно левому стержню;

$a = \dfrac{v_0^2}{4L\cos^3\alpha}$ вертикально вниз

6.59. а) $u = v$; $a = \dfrac{v^2}{\sqrt{3}\,l}$;

b) $u = 0$; $a = \dfrac{v^2}{\sqrt{3}\,l}$;

6.60. $u = 4vH/L$

6.61. $u = vH/L$

6.62. $u = v\,\mathrm{ctg}\,\alpha$

6.63. $v = \dfrac{u\sin\alpha}{\sin\beta} = 0{,}7$ м/с

6.64. $a_{\text{ц}} = a$

6.65. $a_{\min} = g\,\mathrm{ctg}\,\alpha$

6.66. $v_{\text{к}} = v\sin(\beta - \alpha)/\sin\alpha$

6.67. $u = 0{,}5v\sin 2\alpha$

6.68. $u = l\omega/\sin^2\alpha$

6.69. $a = 4\omega^2 R$

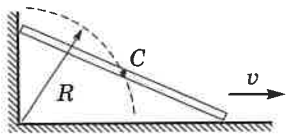
6.70. $u = v\cos(\alpha/2)$

6.71. $a_1 = 2a\sin(\alpha/2)$

6.72. а) $a_1 = \sqrt{2}\,a_2$;
б) $a_1 = \sqrt{5}\,a_2$;
в) $a_1 = \sqrt{10}\,a_2$

6.73. $u = v_0\,\mathrm{tg}\,\alpha$; $a = \dfrac{v_0^2}{l\cos^3\alpha}$

6.74. $u = v_0/(2\cos\alpha)$
$a = \dfrac{v_0^2}{2l\cos^3\alpha}$



6.75. $u = \dfrac{v}{3}\sqrt{9 - 8\sin^2\alpha}$

6.76. $\omega = u\sin^2\alpha/H$

6.77. $\Omega = \dfrac{\omega}{2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}$

6.78. $\rho = 4R$

6.79. $\rho = (R + r)^2/R$

6.80. $h = \pi(R^2 - r^2)/(ut)$

6.81. $v \approx 0{,}66$ м/с

6.82. $w = \left(v^2\sin^2\alpha + \left(\dfrac{Lv\cos\alpha + lu\sin\alpha}{L + l}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$

6.83. $v_S = 2{,}5$ м/с

6.84. $v_B = v_0$;
$a_C = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{L}$

6.85. $u = \dfrac{\sqrt{5}\,v}{2}$; $h = \dfrac{2L}{\sqrt{5}}$
$\alpha = 26{,}5^\circ$;

6.86. если $u \leqslant v\sqrt{2}$, то
$h_{\max} = \dfrac{Lu}{2v}$;
если $u > v\sqrt{2}$, то
$h_{\max} = L\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{u^2}}$

6.87. $s = \dfrac{L^2 a}{3\sqrt{3}\,v^2}$

6.88. $u = 0{,}8v$

6.89. $u = 2v\sin(\alpha/2)$

6.90. $v_c = v = 5$ м/с; $a = 2{,}3$ м/с^2

6.91. при $\alpha = 60^\circ$ $\beta_1 = \beta_2 =$
$= \arccos(1/4)$
при $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 180^\circ$ у
задачи нет решения

6.92. $v_{\text{отн}} = v(1 + \cos\alpha)$

6.93. $u = v\left(\dfrac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$

6.94. $a = \dfrac{v^2 R}{L\sqrt{R^2 - \left(\dfrac{L}{2}\right)^2}}$

6.95. $a = 2\sqrt{\dfrac{19}{3}}\dfrac{v_0^2}{l}$

6.96. $v_0 = \dfrac{1}{2}\sqrt{v_A^2 + v_B^2}$;
$a_{Cy} = \dfrac{v_A^2 + v_B^2}{4r}$

6.97. $\delta = 2\sqrt{R^2 + r^2} - 2r\arccos\dfrac{r}{R}$

6.98. $u = \dfrac{2v}{1 + \sqrt{3}}$

6.99. $v_{0AC} = \pm\, 3$ м/с или
$v_{0AC} = \pm\, 4$ м/с

6.100. $v_A = \dfrac{v\sqrt{7}}{2}$;
$v_C = \dfrac{v}{2}$

6.101. $v_B = v_0$, вниз;
$v_C = v_0/2$, вверх;
$O \in BC$, при этом AO –
биссектриса угла A

6.102. $a = \dfrac{v^2}{\sqrt{L^2 - R^2}}$

6.103. $u = \dfrac{\omega r}{\cos\alpha} + v\,\mathrm{tg}\,\alpha$

6.104. $v = \omega(l\sin\alpha +$
$+\mathrm{tg}\,\alpha\sqrt{r^2 - l^2\sin^2\alpha})$

6.105. $\alpha = \arcsin(r/a)$;
$\omega_{\max} = \omega r/(a - r)$

6.106. а) $a_B = \dfrac{2\sqrt{2}\,v^2}{l}$;
б) $a_B = \dfrac{9\sqrt{2}\,v^2}{2l}$

6.107. $a_1 = a\sqrt{\dfrac{13}{2}}$

6.108. $a_B = 5a$

6.109. $\omega = 0{,}628n$ рад/с, где
$n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

6.110. $v_A = (v_1\cos\alpha + v_2)/\sin\alpha$

6.111. $u = \dfrac{2v\sqrt{2Rr - R^2}}{R - r}$

6.112. $u = v\,\mathrm{tg}\,\alpha$

6.113. $u = \dfrac{vRx}{4R^2 - x^2}$

6.114. $u = \dfrac{v(r_2 - r_1)}{r_1 + r_2}$ вправо

6.115. $\omega_1 = \omega/3$; $\omega_2 = \omega/4$;
$\omega_3 = \omega/2$

6.116. $t = \pi a/(3v)$; $v_{\max} = v$

СОДЕРЖАНИЕ

ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

СУММА И РАЗНОСТЬ АРГУМЕНТОВ

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta \pm \sin\beta\cdot\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta \mp \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СУММЫ В ПРОИЗВЕДЕНИЕ

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha\pm\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha\mp\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ В СУММУ

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

ОСНОВНЫЕ ТОЖДЕСТВА

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

ФУНКЦИИ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = \frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} = \frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

$$\sin(\frac{\pi}{2} \pm \alpha) = \cos\alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos\alpha$$